

高雄中學 108 學年度 第 1 學期 第 2 次期中考 高一數學科試題(共 3 頁)

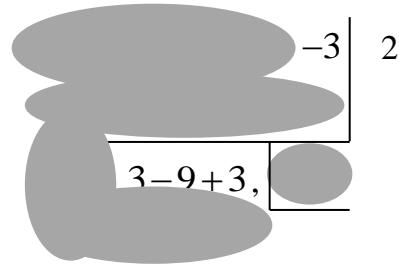
一、多重選擇題:(每題均至少有一選項正確)

1. 設 $\forall n \in N, a_n, b_n \in R$, $\langle a_n \rangle$ 是等差數列, $\langle b_n \rangle$ 是等比數列, 則下列敘述何者正確?

- (1) 若 $a_1 > a_2$, 則 $a_4 > a_5$
- (2) 若 $b_1 > b_2$, 則 $b_4 > b_5$
- (3) 若 $a_3 < 0$ 且 $a_7 < 0$, 則 $\sum_{k=1}^9 a_k < 0$
- (4) 若 $b_1 b_2 b_3 > 0$, 則 $b_{2019} > 0$
- (5) 若 $b_3 = b_7$, 則 $\langle b_n \rangle$ 亦是等差數列

2. 設 $g(x)$ 為一次多項式, 小智利用綜合除法解得多項式 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 的商為 $x^2 - 3x + 1$, 計算過程如下, 因有一部分遭污漬沾染, 請就可辨識部份, 推論下列敘述何者正確?

- (1) $g(x) = x - 2$
- (2) $f(x)$ 除以 $2g(x)$ 的餘式為 6
- (3) $f(x)$ 除以 $x^2 - 3x + 1$ 的商為 $x - 2$
- (4) $xf(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 6
- (5) $(f(x))^2$ 除以 $x - 2$ 的餘式為 9



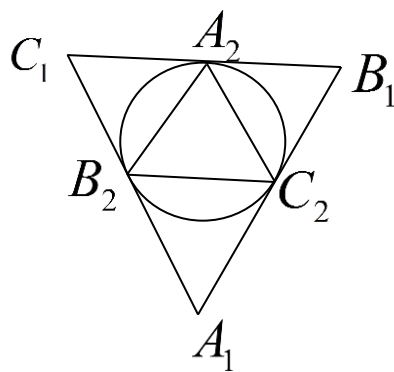
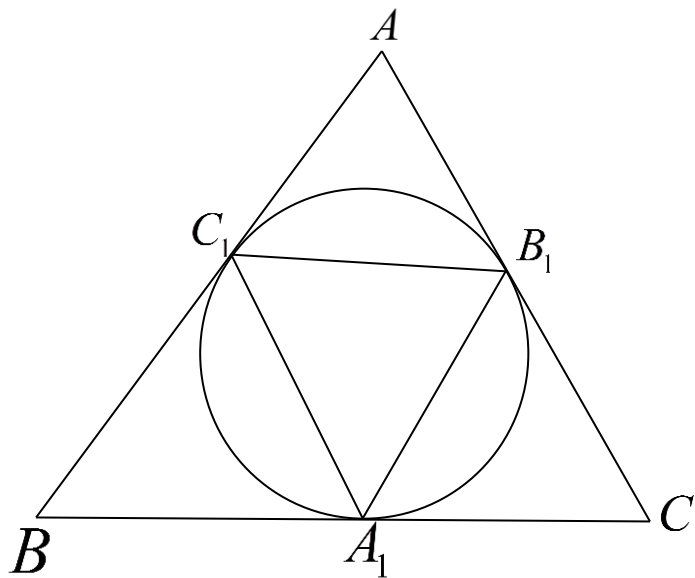
3. 設 $f(x)$ 是整係數多項式, $a, b \in R$, 若多項式 $ax^4 + (b+2)x^3 - x^2 + 3x + 5$ 可被 $f(x)$ 整除, 而多項式 $ax^4 + (b-1)x^3 + 4x^2 + 8x - 1$ 除以 $f(x)$ 餘 $x - 2$, 則 $f(x)$ 可能為下列何者?

- (1) $x + 1$
- (2) $x^2 - x - 2$
- (3) $3x^2 - x - 2$
- (4) $3x^2 - 8x + 4$
- (5) $3x^2 - 4x - 4$

4. 設 $f(x) = -x^4 + 7x^3 - 17x^2 + 22x - 5$, 則下列敘述何者正確?

- (1) $f(x) = -(x-1)^4 - 3(x-1)^3 - 2(x-1)^2 + 5(x-1) + 6$
- (2) $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 的餘式為 $5x + 1$
- (3) $f(1.01)$ 取至小數點後第 2 位之近似值為 6.05
- (4) $-(x+1)^4 + 7(x+1)^3 - 17(x+1)^2 + 22(x+1) - 5 = -x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 5x + 6$
- (5) $f(\sqrt{2} + 1) = 11\sqrt{2} - 2$

5. 設 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 76^\circ$ ， $\triangle ABC$ 之內切圓依序切三邊 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 於 A_1 、 B_1 、 C_1 ，其中 $\angle C_1A_1B_1 = \theta_1^\circ$ ，而 $\triangle A_1B_1C_1$ 之內切圓依序切三邊 $\overline{B_1C_1}$ 、 $\overline{C_1A_1}$ 、 $\overline{A_1B_1}$ 於 A_2 、 B_2 、 C_2 ，其中 $\angle C_2A_2B_2 = \theta_2^\circ$ ，設依此規則連續下去，可得一數列 $\langle \theta_n \rangle$ ，則下列敘述何者正確？
- (1) $\theta_1 = 52$
 - (2) 若 n 為偶數，則 $\theta_n > 60$
 - (3) 對於任意 $n \in \mathbb{N}$ ， $\theta_n > \theta_{n+2}$
 - (4) $\langle \theta_n - 60 \rangle$ 是等比數列
 - (5) 當自然數 $n \geq 13$ 時， $|\theta_n - 60| < 0.001$



二、 填充題(所有答案均需化至最簡，否則不予計分)

1. 多啦 A 夢寫下一個四位正整數讓大雄猜，提示是千、百、十位恰為等差數列，且此三數乘積為 48，而百、十、個位恰為等比數列，且此四位數不是 3 的倍數，則多啦 A 夢寫下的四位正整數為_____
2. 一瓶內裝滿純水，用去 $\frac{1}{2}$ 瓶後，再以純酒精加滿，此時瓶內酒精濃度為 p_1 ，第二次又用去 $\frac{1}{2}$ 瓶後，再以純酒精加滿，此時瓶內酒精濃度為 p_2 ，設如此連續進行 6 次及 12 次後，所得瓶內酒精濃度依序為 p_6 及 p_{12} ，則 $\frac{p_{12}}{p_6} =$

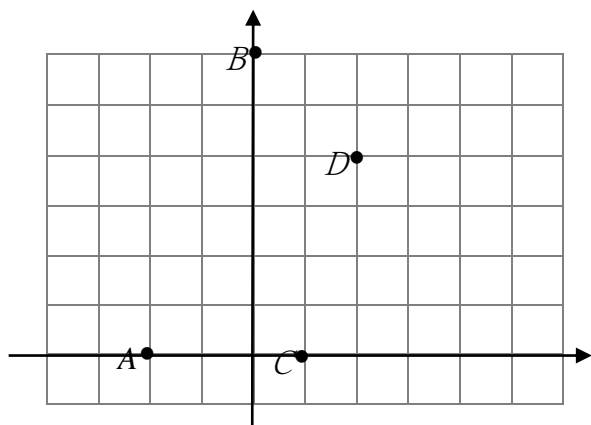
3. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足前 n 項總和 $S_n = 2n^2 + 3n - 1$ ， $\forall n \in \mathbb{N}$ ，則 $\sum_{k=1}^{89} \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}} =$ _____
4. 設 $f(x) = x^{15} + 2x^{14} + 3x^{13} + 4x^{12} + 5x^{11} + 6x^{10} + 7x^9 + 8x^8 + 9x^7 + 10x^6 + 11x^5 + 12x^4 + 13x^3 + 14x^2 + 15x + 16$ ，
 $g(x) = 256x^{15} - 225x^{14} + 196x^{13} - 169x^{12} + 144x^{11} - 121x^{10} + 100x^9 - 81x^8 + 64x^7 - 49x^6 + 36x^5 - 25x^4 + 16x^3 - 9x^2 + 4x - 1$ ，
則 $f(x) \times g(x)$ 展開式中 x^{15} 項的係數為_____

5. 胖虎與小夫參加國中會考，試後兩人互相核對答案，發現其中有一試題欲求多項式 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式，而胖虎誤將除式看成 $(x-1)(x+2)$ 解得餘式為 $-2x+5$ ，無獨有偶地，小夫也看錯除式，誤以 $(x+1)(x-2)$ 除 $f(x)$ 解得餘式為 $4x+9$ ，若兩人只有誤看除式，並無其他錯誤，則就上述條件可推知原題的正確答案為_____

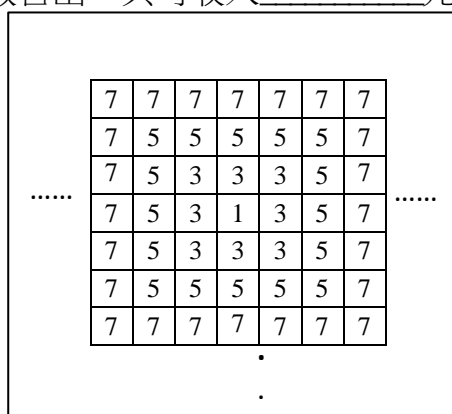
6. 設 $a, b \in N$ ， $r \in Z$ ，若 $(x-r)^2$ 可整除四次多項式 $x^4 + ax^3 + x^2 + bx + 2$ ，則數對 $(a, b) =$ _____

7. 設多項式 $f(x)$ 除以 $(x^2 + x + 1)$ 得商為 $g(x)$ ，餘式為 $x+1$ ，而 $g(x)$ 除以 $(x^2 - 1)$ 得餘式為 $x-2$ ，則 $f(x)$ 除以 $(x^3 - 1)$ 的餘式為_____

8. 老沈有一幅員廣大的農場，每天巡視農場的工作，他就交給了無人機去做，他以農場正中心的器材室為原點，設定正東方為 x 軸之正向，正北方為 y 軸之正向，某日無人機自動沿三次實係數多項函數 $y = f(x)$ 的圖形巡弋，自器材室之正西方 2 公里的 A 處飛出，途經器材室之正北方 6 公里的 B 處，器材室之正東方 1 公里的 C 處，及器材室之正東 2 公里轉北方 4 公里的 D 處，則由上條件可推知無人機尚有經過在器材室的正東方_____公里處



9. 大雄的班上打算於學校園遊會時販售懷舊遊戲「抽抽樂」，依內含獎品價值的不同，每格籤的售價亦不盡相同，如下圖，1 元籤有 1 格，3 元籤有 8 格，5 元籤有 16 格，依此規則，由內層向外層單價逐漸增加，試問如此 19×19 格的正方形遊戲盒內，若所有籤均全數售出，共可收入_____元



10. 實數遞迴數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_n a_{n+2} + a_n + a_{n+2} = a_{n+1}(a_{n+1} + 2)$ ，其中 $n \in N$ ，若 $a_3 = 4$ ， $a_6 = -41$ ，則 $a_{11} =$ _____

三、計算題

假設對於每一個自然數 n ，恆有一質數 p 整除 $3^{n+2} + 4^{2n+1}$ ，試找出此質數，並證明你的推測是對的

高雄中學 108 學年度 第 1 學期 第 2 次期中考 高一數學科答案卷

高一____班 ____號 姓名:_____

***所有答案請用藍或黑色原字筆按題號依序填入答案卷之答案欄中，否則不予計分**

一、多重選擇題:(每題全對給 6 分，錯一選項給3分，其餘情形者一律不給分)

題號	1	2	3	4	5
答案					

二、填充題(所有答案均需化至最簡，否則不予計分)

總對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	24	32	40	45	50	54	58	62

題號	1	2.	3.	4	5.
答案					
題號	6.	7.	8.	9	10.
答案					

三、計算題(8 分)

高雄中學 108 學年度 第 1 學期 第 2 次期中考 高一數學科答案卷

*所有答案請用藍或黑色原字筆按題號依序填入答案卷之答案欄中，否則不予計分

一、多重選擇題:(每題全對給 6 分，錯一選項給3分，其餘情形者一律不給分)

題號	1	2	3	4	5
答案	13	45	24	235	124

二、填充題(所有答案均需化至最簡，否則不予計分)

總對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分	8	16	24	32	40	45	50	54	58	62

題號	1	2.	3.	4	5.
答案	6421	$\frac{65}{64}$	$\frac{21}{5}$	2240	$14x - 11$
題號	6.	7.	8.	9	10.
答案	(1,3)	$-x^2$	$\frac{3}{2}$	4921	1279

三、計算題(8分)

(1)此質數為 13 (3 分)

(2)證明:略 (5 分)

