

108 學年度高雄中學第一學期數學科高三自然組第二次期中考題目卷

1. 試問下列哪些選項中的函數為週期函數？

- (A) $|\sin(x + \frac{\pi}{3})|$ (B) $\tan(|x|)$ (C) $\log(3 + \sin x)$ (D) $\sin x + \cos x$ (E) $\sin 2x + \cos \pi x$

2. 試問下列哪些選項中的函數與所對應的週期正確？

(A) $|\cos(3x + \frac{\pi}{4})|$ 的週期為 $\frac{2\pi}{3}$

(B) $\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{3}$ 的週期為 12π

(C) $\sin x \cdot \cos x$ 的週期為 π

(D) $\sqrt{1 + \cos x} + \sqrt{1 - \cos x}$ 的週期為 2π

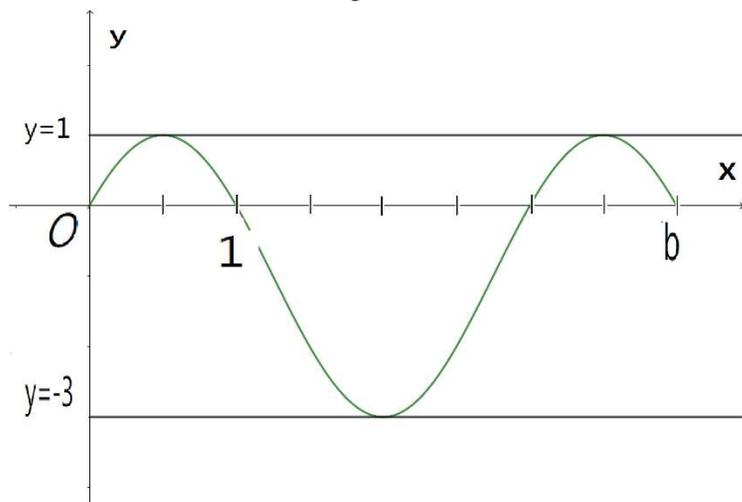
(E) $|\sin \frac{x}{3}| + |\cos \frac{x}{3}|$ 的週期為 3π

3. 若 $\sin x - \cos x = r \cos(x - \theta)$ ，其中 $r > 0$ 、 $0 < \theta < 2\pi$ ，則數對 $(r, \theta) =$ _____

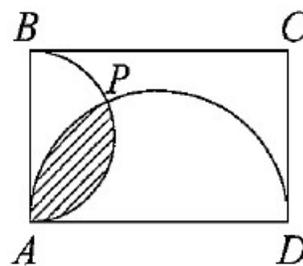
4. 考慮函數 $f(x) = 6\sin x + 8\cos x$ ，若 $f(x)$ 在 $0 \leq x \leq \pi$ 的範圍內最大最小值分別為 M, m ，則數對 $(M, m) = ?$

5. 考慮函數 $f(x) = 5\sin x - 12\cos x + 3$ ，若 $f(x)$ 的最大最小值分別為 M, m ，則數對 $(M, m) = ?$

6. 若函數 $y = f(x) = a \cos(\frac{2\pi}{3}x + \theta) + k$ 的圖形如下圖，其中 $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，則數對 $(a, b, \theta, k) = ?$



7. 已知四邊形 $ABCD$ 為一矩形， $\overline{BC} = 24\sqrt{3}$ 、 $\overline{AB} = 24$ ，下圖中斜線區域是分別以 \overline{AB} 、 \overline{AD} 為直徑所做的半圓之交集，試求斜線區域面積。



8. 給定 $A(1,2)$ 、 $B(2,-3)$ 兩定點，假設點 P 為 $\Gamma: 25x^2 + 16y^2 = 400$ 上的動點，則 $\triangle ABP$ 面積的最大值為？

9. 試問下列哪些選項中的敘述哪些正確？

(A) 若點 P 為直線 $y = \tan 23^\circ \cdot x$ 和橢圓 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 在第一象限的交點，則 P 的坐標為 $(2 \cos 23^\circ, 3 \sin 23^\circ)$

(B) 橢圓 $\frac{(x-1)^2}{15} + \frac{(y+3)^2}{25} = 1$ 的內接正方形面積為 $\frac{75}{2}$

(C) 橢圓 $\frac{(x-1)^2}{15} + \frac{(y+3)^2}{25} = 1$ 的所有內接矩形中，面積最大值為 $\frac{75}{2}$

(D) 圓 $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 4$ 的所有內接矩形中，面積最大值為 8

(E) 圓 $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 4$ 的所有內接矩形中，周長最大值為 $8\sqrt{2}$

10. 試求方程式 $10 \cos x = |x|$ 有 _____ 個實根

11. 方程式 $\sin x + |\sin x| = \tan x$ 在 $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ 有 _____ 個實根

12. 試求 $f(x) = (7\sin x - 24\cos x) \cdot \cos x$ 的最大值 $\max =$ _____

13. 考慮函數 $f(x) = \frac{3\sin x + 2}{-\cos(x + \frac{\pi}{2}) + 3}$ 。若 $f(x)$ 的最大最小值分別為 M, m ，則數對 $(M, m) = ?$

14. 若 S 為 $0 \leq x \leq 2\pi$ 之間所有滿足方程式 $\sqrt{3}\sin(108x) + \cos(108x) = \sqrt{2}$ 的實數總和，則最接近 $\frac{S}{\pi}$ 的整數為何？