

一、多重選擇題（每題全對給 5 分，錯一選項給 3 分，錯兩選項給 1 分，錯三選項以上者不給分）

1. 下列哪些選項是正確的？

(A) $10^{10} + 2 - 2 + 2 - 2 + \dots = 10^{10}$

(B) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots + \left(\frac{-1}{3}\right)^{n-1} + \dots = \frac{1}{1 - \left(\frac{-1}{3}\right)}$

(C) $1 + 0.9 + 0.09 + 0.009 + 0.0009 + \dots < 2$

(D) $3 - 6 + 12 - 24 + \dots + 3(-2)^n + \dots = \frac{3}{1 - (-2)}$

(E) $10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{1000} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \dots + \left(\frac{1}{10}\right)^n + \dots$ 收斂

2. 設 $\langle a_n \rangle, \langle b_n \rangle$ 為兩無窮數列或級數，下列哪些選項是正確的？

(A) 若 $\langle a_n \rangle$ 收斂， $\langle b_n \rangle$ 發散，則 $\langle a_n + b_n \rangle$ 發散

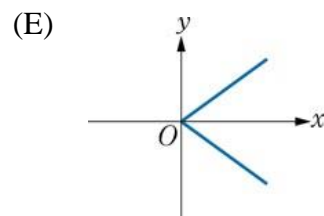
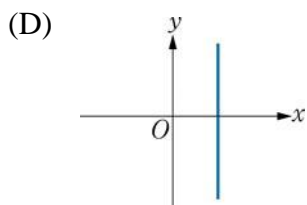
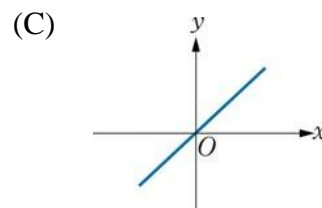
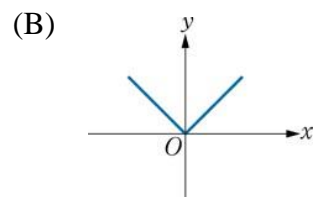
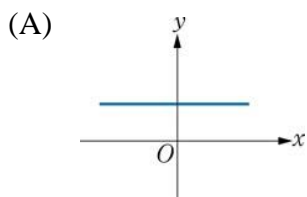
(B) 若 $\langle a_n \rangle, \langle b_n \rangle$ 皆發散，則 $\langle a_n + b_n \rangle$ 發散

(C) 若 $\langle a_n \rangle, \langle b_n \rangle$ 皆發散，則 $\langle a_n \cdot b_n \rangle$ 發散

(D) 若 $\langle a_n \rangle$ 收斂， $\langle b_n \rangle$ 發散，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ ，則 $\langle \frac{b_n}{a_n} \rangle$ 必發散

(E) 若 $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$ ，則 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ 收斂

3. 下列圖形中，哪一個不是 $y=f(x)$ 函數的圖形？



4. 設函數 $f(x) = \begin{cases} 2x, & -1 \leq x < 1 \\ x^2 + 1, & 1 \leq x < 2 \\ x^3 - 2x + 1, & 2 \leq x < 3 \end{cases}$ ，且 $f(x) = f(x+4)$ ，則下列哪些選項是正確的？

(A) $f(0) = 0$

(B) $f(\sqrt{2}) = 2$

(C) $f(\sqrt{5}) = 6$

(D) $f(5) = 2$

(E) $f(25) = 2$

5. 哪些函數為奇函數？

(A) $f(x) = 7^x + 7^{-x}$

(B) $f(x) = \log \frac{1-x}{1+x}$

(C) $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

(D) $f(x) = \frac{\sin x}{10^x - 10^{-x}}$

(E) $f(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$

二、填充題（每題全對給 5 分）

1. 試求下列各極限值：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5n + 10}{2n^2 - n + 3}$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n}{3^{n+1} + 4^{n+1}}$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1)}$

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

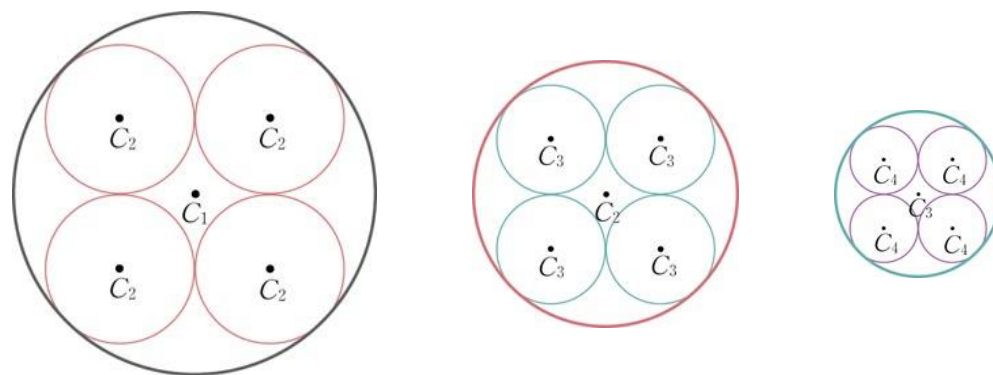
(6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} - 1}{3^n}$

(7) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+2)}$

2. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一數列，若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n + 1}{4a_n + 2} = 2$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 之值。

3. 設 x 為實數且無窮級數 $1 + (1-3x) + (1-3x)^2 + \dots + (1-3x)^{n-1} + \dots$ 收斂，求 x 的範圍。

4. 設 C_1, C_2, C_3, \dots 為一群圓，其作法如下： C_1 是半徑為 1 的圓，在圓 C_1 的內部作四個相等的圓 C_2 (如圖)，每個圓 C_2 和圓 C_1 都內切，且相鄰的兩個圓 C_2 外切；
再由任一個圓 C_2 中用同樣的作法得到四個圓 C_3 ，依此類推可作出 C_4, C_5, \dots 。



假設每一個 C_k 之面積為 a_k (其中 $k=1, 2, 3, \dots, n$)，求面積值 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = ?$

5. 化循環小數 $2.3\overline{12}$ 為有理數。

6. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{9n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{9n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{9n^2+3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{9n^2+2n}} \right)$

7. 試求函數 $f(x) = \sqrt{x+1} + \frac{1}{x-1}$ 的最大定義域。

8. 設函數 $f(x)$ 滿足 $f\left(\frac{x-3}{2x+1}\right) = \frac{x-1}{x}$ ，則 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 考慮下表：

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-2	1	2	0	3	1
$g(x)$	-1	-2	1	3	0	3

函數值：

$$a = (g \circ f)(-1)$$

$$b = (f \circ f)(2)$$

則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

高雄中學 108 學年度 第一學期 第二次期中考 高三社會組數學科試題

高三_____班 _____號 姓名:_____

一、 多重選擇題（每題全對給 5 分，錯一選項給 3 分，錯兩選項給 1 分，錯三選項以上者不給分）

題號	1.	2.	3.	4.	5.
答案					

二、 填充題（每題 5 分，全對才給分）

題號	1.(1)	1.(2)	1.(3)	1.(4)
答案				
題號	1.(5)	1.(6)	1.(7)	2.
答案				
題號	3.	4.	5.	6.
答案				
題號	7.	8.	9.	
答案				

高雄中學 108 學年度 第一學期 第二次期中考 高三社會組數學科試題

高三_____班 _____號 姓名:_____

三、 多重選擇題 (每題全對給 5 分, 錯一選項給 3 分, 錯兩選項給 1 分, 錯三選項以上者不給分)

題號	1.	2.	3.	4.	5.
答案	BE	AD	DE	ADE	BC

四、 填充題 (每題 5 分, 全對才給分)

題號	1.(1)	1.(2)	1.(3)	1.(4)
答案	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{1}{4}$	1
題號	1.(5)	1.(6)	1.(7)	2.
答案	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{-3}{5}$
題號	3.	4.	5.	6.
答案	$0 < x < \frac{2}{3}$	$\frac{\pi a^2}{2\sqrt{2}-2}$	$\frac{763}{330}$	$\frac{2}{3}$
題號	7.	8.	9.	
答案	$\{x \mid x \neq 1 \text{ 且 } x \geq -1, x \in \mathbb{R}\}$	$\frac{3x+2}{x+3}$	(3,1)	