

一、 填充題

1. 試將複數 $-2\sqrt{3} + 6i$ 化為極式(即 $r(\cos\theta + i\sin\theta)$) 的形式, 其中 $r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$

2. 設 $f(x) = \frac{x^{10}(x-1)^6}{(\frac{x}{2})^{50}(x+2\sqrt{3}i)^8}$, 求 $|f(1-\sqrt{3}i)| = ?$

3. 設 Z_1, Z_2 為複數, 若 $|Z_1| = 2, |Z_2| = 3$, 且 $\text{Arg}(\frac{Z_2}{Z_1}) = \frac{\pi}{3}$, 求 $|Z_1 + Z_2|$ 之值

4. 設 Z 為純虛數, 求滿足 $|Z - 6 - 10i| + |Z - 3 + 2i|$ 有最小時之 $Z = ?$

5. 設 $a, b \in R, Z_1 = 3 + ai, Z_2 = 1 + bi$, 若 $|Z_2| = \sqrt{2}|Z_1|, \text{Arg}(\frac{Z_2}{Z_1}) = \frac{3\pi}{4}$, 求數對 $(a, b) = ?$

6. 求複數 $-1 + \cos 80^\circ + i\sin 80^\circ$ 的主幅角

7. 設複數 $Z_1 = \cos 53^\circ + i\sin 53^\circ, Z_2 = \cos 12^\circ + i\sin 12^\circ$ 和 $\frac{Z_1^2}{Z_2^3}$ 在複數平面上所對應的點分別為 A, B, C ,

求 $\angle ABC$ 之值

8. (1) 設 $a, b \in R$, 若 $\frac{(\cos 233^\circ + i\sin 53^\circ)(-\cos 87^\circ + i\sin 93^\circ)}{(\sin 5^\circ + i\cos 5^\circ)} = a + bi$, 求 $a - b$

(2) 設 $c, d \in R$, 若 $\frac{(\sqrt{3} + i)^{15}}{[(1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3})i]^8} = c + di$, 求數對 $(c, d) = ?$

9. 設 $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + 2000x^{1999}$ 且 $m, n \in R$, 若 $f(x)$ 除以 $\sqrt{2}x - 1 - i$ 之餘式為 $\frac{m}{n-i}$, 求數對 $(m, n) = ?$

10. 設方程式 $(Z^6 - 64) + (Z^6 + 64)i = 0$ 的六個根其主幅角由小而大依序為 $Z_0, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5$ 且 Z_k 在複數平面

上所對應的點為 $P_k(a_k, b_k)$ ，其中 $a_k, b_k \in R, k = 0 \sim 5$ ，試求：

(1) Z_k 的極式

(2) $\Delta P_1 P_3 P_5$ 面積

(3) $\sum_{k=0}^5 (a_k^2 + b_k^2)$

(4) 在複數平面上另有一點 $Q(1, -1)$ ，試求 $\overline{P_0 Q} \cdot \overline{P_1 Q} \cdot \overline{P_2 Q} \cdot \overline{P_3 Q} \cdot \overline{P_4 Q} \cdot \overline{P_5 Q}$

11. 設方程式 $Z^4 = (12 + 5i)^2$ 的四個根依主幅角由小到大分別為 Z_0, Z_1, Z_2, Z_3 ，則下列敘述何者為真？(複選)

(A) $|Z_1| = \sqrt{13}$

(B) 複數平面上 Z_0, Z_1, Z_2, Z_3 對應的點所圍成之四邊形面積為 13

(C) $Z_0 + Z_1 + Z_2 + Z_3 = 0$

(D) 若 Z_1 的主幅角為 θ_1 ，則 $\sin \theta_1 = \frac{5}{\sqrt{26}}$

(E) $|1 - Z_2|$ 大於 $2\sqrt{5}$

12. 已知複數平面上 O 為原點，三相異點 A, B, C 所對應的複數分別為 Z_1, Z_2, Z_3 ，若 $|Z_1| = |Z_2| = |Z_1 + Z_2| = 2\sqrt{3}$ ，

則下列敘述何者為真？(複選)

(A) ΔOAB 面積為 $3\sqrt{3}$

(B) 若 $|Z_1 - Z_2 - Z_3| = 2$ ，則 $|Z_3|$ 的最大值為 8

(C) 若 $Z_3 = 5 + \sqrt{2}i$ ，則 ΔABC 面積最大值为 $12\sqrt{3}$

(D) $Z_1^2 + Z_1 Z_2 + Z_2^2 = 0$

(E) $|1 - Z_1|^2 + |1 + Z_2|^2$ 的最小值为 14

一、填充題：

1. 試求下列各式的極限：(若極限不存在，請以『不存在』作答！)

(1) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 8x - 1)$

(2) 若 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow -1} (3x^3 + 2x^2 - 1 - \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 1})$

(4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 1}{\sqrt{x+1} + 3}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} \left(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-4} \right)$

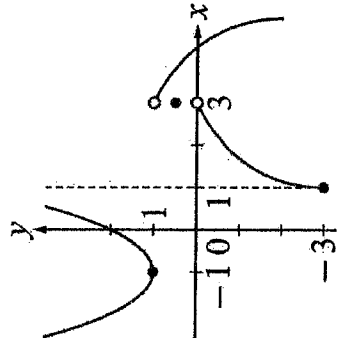
(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)^{10} - 1}{x}$

(7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|5-2x| - |x-3|}{|x-4| - |3x-5|}$

(8) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{2019} \sin \frac{1}{x^{108}}$

2. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + (a-b)x - (a+b)}{x} = 4$ ，其中 $a, b \in R$ ，試求數對 (a, b) 為_____。

3. 若 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，其中 $a, b, c, d \in R$ ，且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 2$ ，試求 $f(x)$ 為_____。



4. 函數 $f(x)$ 的圖形如右所示，試求：(若極限不存在，請以『不存在』作答！)

(1) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ (2) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ (3) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ (4) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ (5) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

5. 試求下列各式的極限：(若極限不存在，請以『不存在』作答！)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x \sin 2x + \sin 3x \cos 2x}{3x}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos 2x}$

6. 設 $f(x) = x + 2$ ， $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ ， $h(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 3, & x = 2 \end{cases}$ ，下列何者正確？(多重選擇題)

(A) $f(x) = g(x)$

(B) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

(C) $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} h(x)$

(D) $g(x)$ 在 $x = 2$ 處連續

(E) $h(x)$ 在 $x = 2$ 處連續

7. 設 a, b 為實數，若 $f(x) = \begin{cases} x - 2a, & x < -3 \\ 3ax - b, & -3 \leq x \leq 2 \\ 9x + 2b, & x > 2 \end{cases}$ 在實數 R 上是連續函數，試求數對 (a, b) 為_____。

8. 已知方程式 $x^3 - 3x^2 - 4x + 11 = 0$ 恰有一個負根，求與此負根最近的整數為_____。

9. 設二函數 $f: R \rightarrow R$ ， $g: R \rightarrow R$ ， $a \in R$ ，則下列敘述何者正確？(多重選擇題)

(A) 若 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = k$ 且 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ，則 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$

(B) 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在，則 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

(C) 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ ，則 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ 存在

(D) 若 $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = |k|$ ，則 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = k$

(E) 若 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = k$ ，則 $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = |k|$

高雄中學 108 學年度第一學期三年級第一類組第三次月考數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、填充題：(100%)

※題 4. (1)~(5)每格 2 分外，其餘的格數配分如下

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 得分 | 8 | 16 | 22 | 28 | 34 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |

| | | | | |
|---------------------|----------|----------|---------------------------------------|-----------|
| 1.(1) 2 | 1.(2)不存在 | 1.(3) -1 | 1.(4) | 1.(5) -2 |
| 1.(6) -10 | 1.(7) 0 | 1.(8) 0 | 2. $(2, -2)$ 3. $(x-1)(x-2)(3x-4)$ | |
| 4.(1) 不存在 | 4.(2) -3 | 4.(3) 0 | 4.(4) 1 | 4.(5) 不存在 |
| 5.(1) $\frac{5}{3}$ | 5.(2) 2 | 6. BC | 7. (1, -4) | 8. -2 |
| 9. AE | | | | |

高雄中學 108 學年第一學期高三自然組期末考數學答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

二、填充題

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 得分 | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 54 | 60 | 66 | 72 | 78 | 84 | 88 | 92 | 96 | 100 |

| | | | |
|--|------------------------------------|--|-------------------------------------|
| 1. $4\sqrt{3}(\cos\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{2}{3}\pi)$ | 2. 108 | 3. $\sqrt{19}$ | 4. $2i$ |
| 5. $(-4, -7)$ | 6. 130° | 7. 8.5° | 8(1). $-\sqrt{2}$ |
| 8(2). $(-4\sqrt{3}, -4)$ | 9. $(-2000\sqrt{2}, \sqrt{2} - 1)$ | 10(1). $2(\cos\frac{4k+3}{12}\pi + i\sin\frac{4k+3}{12}\pi)$ | 10(2). $3\sqrt{3}$ |
| 10(3). 24 | 10(4). 72 | 11. ACDE (錯一個選項給一半) | 12. ABCE 全 (錯一個選項給一半) |