高雄中學 108 學年度第 2 學期 高二第 2 次期中考數學科　試題卷 （社會組）

命題範圍：高二數學 矩陣（數 A 範圍）

說明：請作答在答案卷上，須將答案填入正確欄位，否則不予計分。

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得8分，只答錯一個選項者得6分，只答錯兩個選項者得4分，其餘情形不給分。共16分。

1. 二階方陣 A 滿足下列何選項之條件可使 A^{-1} 必定存在？ （$I=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$，$O=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$）

(1) $A^{10}=I$　(2) $A=\begin{bmatrix}\cos\theta&-\sin\theta\\\sin\theta&\cos\theta\end{bmatrix}$，$\theta$ 為實數　(3) $A=\begin{bmatrix}a-1&a\\a&a+1\end{bmatrix}$，$a$ 為實數

(4) A 為轉移矩陣　(5) $(A+I)^2=O$

2. 下列選項中的矩陣 A 何者是轉移矩陣？

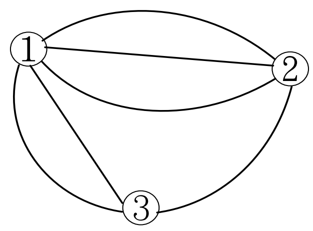
(1) $A=\begin{bmatrix}\cos^2\theta&\sin^2\theta\\\sin^2\theta&\cos^2\theta\end{bmatrix}$，$\theta$ 為實數　(2) $A=\begin{bmatrix}-0.2&0.3\\1.2&0.7\end{bmatrix}$　(3) $A=\begin{bmatrix}0.2&0.3\\0.8&0.7\end{bmatrix}^2$

(4) $A=\dfrac{1}{4}\left(\begin{bmatrix}0.2&0.3\\0.8&0.7\end{bmatrix}^2+\begin{bmatrix}0.6&0.8\\0.4&0.2\end{bmatrix}^2\right)$　(5) $A=\dfrac{2}{3}\begin{bmatrix}0.2&0.3\\0.8&0.7\end{bmatrix}+\dfrac{1}{3}\begin{bmatrix}0.6&0.8\\0.4&0.2\end{bmatrix}$

二、填充題：請將答案填入相應題號答案欄內，依下列配分表計分。共 84 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
總得分	10	19	27	35	42	49	55	61	66	70	74	78	81	84

1. 如右圖，編號 1、2、3 的村莊分別有道路(線條)相連，設矩陣 $A=\left[a_{ij}\right]_{3\times3}$，其中 a_{ij} 為編號 i 的村莊與編號 j 的村莊之間相互連接的道路數，例：$a_{11}=0$，$a_{12}=3$。則 A＝＿(A)＿



2. 解方程組 $\begin{cases}2y+4z=12\\x+y+5z=2\\x+2y+7z=8\end{cases}$ 先利用列運算將增廣矩陣 $\begin{bmatrix}0&2&4&12\\1&1&5&2\\1&2&7&8\end{bmatrix}$ 化簡成 $\begin{bmatrix}1&0&a&b\\0&1&c&d\\0&0&0&0\end{bmatrix}$，求數對 $(a,b,c,d)=$ ＿(B)＿

3. $A=\begin{bmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}99&9\\98&8\\97&7\end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix}98&9\\97&8\\96&7\end{bmatrix}$，則 $AB-AC$＝＿(C)＿

4. $A=\begin{bmatrix}1&a&b\\3&1&c\\2&1&1\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}d&e\\1&f\\-1&3\end{bmatrix}$，且 AB 為零矩陣，則 f＝＿(D)＿

5. $P=\begin{bmatrix}50&60\\70&80\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}2019&2020\\2021&2022\end{bmatrix}$，$A=PBP^{-1}$，則 $\det(A)=$ ＿(E)＿

6. $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ -1 & 1\end{bmatrix}$，設 $A^{99}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$，則 $a+b+c+d=$ ＿（F）＿

7. 二階方陣 A、B 滿足 $A+A^T=\begin{bmatrix}18 & 9\\ 9 & 6\end{bmatrix}$，$A+B=\begin{bmatrix}10 & 2\\ 8 & -1\end{bmatrix}$，$A+B^T=\begin{bmatrix}10 & 7\\ 3 & -1\end{bmatrix}$，則 A＝ ＿（G）＿

8. 甲袋中有二個 10 元硬幣，乙袋中有一個 10 元硬幣與一個 5 元硬幣，每個硬幣在袋中被取出的機會均等。自甲袋中任取一硬幣放入乙袋中，再自乙袋中任取一硬幣放入甲袋中，這樣稱為一個回合。如此進行兩個回合，求甲袋中仍為二個 10 元硬幣之機率為何？ ＿（H）＿

9. 有一個電競比賽共 1200 人參加，依參賽者實力區分為第一級賽事與第二級賽事各若干人分開進行，各賽事內所有人以每 50 人為一組(隨機分組)進行組內競賽，每週結算一次成績，依該成績給予獎勵並進行成員調整，調整規則為：第一級賽事每一組 50 人之中排名前 15 名者留在第一級賽事，其餘 35 人調整至第二級賽事；第二級賽事每一組 50 人之中排名前 25 名者晉升至第一級賽事，其餘 25 人留在第二級賽事。調整完再重新分組進行下一週競賽，已知第一級賽事的參賽人數每週皆不變，則第一級賽事共有多少人參加？＿（I）＿

10. 矩陣 M、A 滿足 $M\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}=A$，$M\begin{bmatrix}3\\ 4\end{bmatrix}=2A$，若 $M\begin{bmatrix}5\\ 6\end{bmatrix}=kA$，其中 k 為實數，則 k＝ ＿（J）＿

11. 矩陣 $\begin{bmatrix}1 & 2 & 1 & 0\\ 3 & a & 0 & 1\end{bmatrix}$ 經列運算後可化為 $\begin{bmatrix}1 & 0 & 4 & p\\ 0 & 1 & q & r\end{bmatrix}$，則 r＝ ＿（K）＿

12. 數列 $\langle a_n\rangle$、$\langle b_n\rangle$ 滿足 $\begin{cases}a_{n+1}=(\sqrt[3]{2}\cos 10^\circ)a_n-(\sqrt[3]{2}\sin 10^\circ)b_n\\ b_{n+1}=(\sqrt[3]{2}\sin 10^\circ)a_n+(\sqrt[3]{2}\cos 10^\circ)b_n\end{cases}$，且 $\begin{cases}a_1=1\\ b_1=1\end{cases}$，則矩陣 $\begin{bmatrix}a_{10}\\ b_{10}\end{bmatrix}=$ ＿（L）＿

13. 實數 a, b, c, d 依序成等比，$A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$，已知 $a+b=\dfrac{1}{3}$，且 $(A-I)^{-1}$ 不存在，則 A＝ ＿（M）＿

14. $A=\begin{bmatrix}3\\ 2\\ 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2 & 3\end{bmatrix}$，$I=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$，若 $(A^3+4I)(A^3-4I)=sA+tI$，其中 s,t 皆為實數，則數對 (s,t)＝ ＿（N）＿

高雄中學 108 學年度第 2 學期 高二第 2 次期中考數學科　答案卷（社會組）

得　　分

班級：2 年______班　　座號：______　　姓名：______________

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得8分，只答錯一個選項者得6分，只答錯兩個選項者得4分，其餘情形不給分。共16分。

1.		2.	

二、填充題：請將答案填入相應題號答案欄內，依下列配分表計分。共 84 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
總得分	*10*	*19*	*27*	*35*	*42*	*49*	*55*	*61*	*66*	*70*	*74*	*78*	*81*	*84*

(A)		(B)		(C)		(D)	
(E)		(F)		(G)		(H)	
(I)		(J)		(K)		(L)	
(M)		(N)					

To：＿＿＿＿＿＿ 師，請指正。

高雄中學 108 學年度第 2 學期 高二第 2 次期中考數學科　答案卷 （社會組） <<參考解答>>

一、多重選：每題至少有一個正確選項。每一題完全答對得8分，只答錯一個選項者得6分，只答錯兩個選項者得4分，其餘情形不給分。共16分。

1.	1235	2.	135

二、填充題：請將答案填入相應題號答案欄內，依下列配分表計分。共 84 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
總得分	*10*	*19*	*27*	*35*	*42*	*49*	*55*	*61*	*66*	*70*	*74*	*78*	*81*	*84*

(A)	$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	(B)	$(3, -4, 2, 6)$	(C)	$\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 15 & 0 \end{bmatrix}$	(D)	-3
(E)	-2	(F)	-2	(G)	$\begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$	(H)	$\frac{5}{9}$
(I)	500	(J)	3	(K)	$\frac{1}{2}$	(L)	$\begin{bmatrix} -8 \\ 8 \end{bmatrix}$
(M)	$\begin{bmatrix} \frac{1}{9} & \frac{2}{9} \\ \frac{4}{9} & \frac{8}{9} \end{bmatrix}$	(N)	$(32, -16)$				