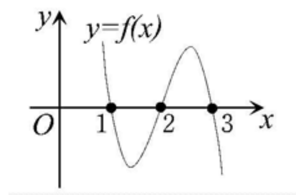
高雄中學108學年度第二學期期末考三年級自然組數學科試題

※本試卷中的函數，只考慮其定義域、值域皆落在「實數集R」的情形。

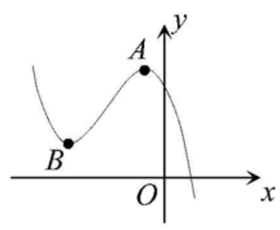
一、是非題：第1題至第10題，敘述恆正確者打O，否則打X，將答案寫在答案卷上對應題號的空格內。

1. 若函數 $f(x)$ 在 x=a 處不可微分,則 $f(x)$ 在 x=a 處必不連續。
2. 設函數 $f(x)=\begin{cases} g(x), x\ge 0 \\ h(x), x<0 \end{cases}$,則導函數 $f'(x)=\begin{cases} g'(x), x\ge 0 \\ h'(x), x<0 \end{cases}$。
3. 直角坐標平面上,點A(a,f(a))為y=f(x)圖形上一定點,若二階導數f"(a)=0,
   則A必為y=f(x)的反曲點。
4. 直角坐標平面上,三次實係數多項式函數的圖形必恰有一個反曲點。
5. 若函數f(x)在區間[a,b]中為連續,則必有最大值及最小值。
6. 設函數f(x)的定義域為D,已知對任何 $x\in D$,f'(x)>0 皆成立,則在直角坐標平面上,y=f(x)的圖形在D中遞增。
7. 設函數f(x)有一反曲點(a,f(a)),則f(a)有可能是f(x)的極大值。
8. 函數f(x)在其定義域上不一定有極值。
9. 直角坐標平面上,若三次實係數函數f(x)= ax^3+bx^2+cx+d 的圖形在x=2與x=-2處皆有極值,
   則 $\dfrac{f(2)+f(0)-2f(1)}{f(-2)+f(0)-2f(-1)}<0$ 必成立。
10. 右圖是三次實係數多項式函數y=f(x)在直角坐標平面上圖形的一部份,它與x軸交於1,2,3,設
    F(x)= $\int_1^x f(t)dt$,則 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{F''(x)-F''(2)}{x-2}$=0必成立。

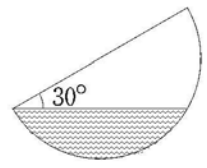


二、單一選擇題：第11題至第16題，每題選出最適當的一個選項，將答案寫在答案卷上對應題號的空格內。

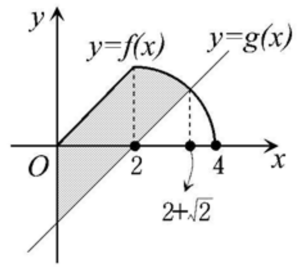
11. 已知 $\int_0^2 x^{2020}dx$=A, $\int_0^2 x^{519}dx$=B,則 $\int_{-2}^2 (x^{2020}+x^{519})dx$=
    (1)2A (2)2B (3)2A+2B (4)2A-2B (5)0
12. 設函數f(x)= $3x^4-28x^3+84x^2-96x+12$ 的定義域為區間[0,3],下列何者不是f(x)的極值?
    (1)f(0) (2)f($\frac{1}{2}$) (3)f(1) (4)f(2) (5)以上四個選項皆為f(x)的極值
13. 直角坐標平面上,三次實係數多項式函數f(x)= ax^3+bx^2+cx+d 之圖形的一部份如右,其中
    f(x)在A、B兩點有極值,則點P(ab,cd)位在直角坐標平面的
    (1)第一象限 (2)第二象限 (3)第三象限 (4)第四象限 (5)x軸上



14. 直角坐標平面上,由函數f(x)= x^2+2x 的圖形、直線x=1、x=0、y=0所圍成之區域為R,將R分割
    成n個等寬長條,則其上和 U_n=
    (1) $\dfrac{8n^2+8n+3}{6n^2}$ (2) $\dfrac{8n^2+9n+1}{6n^2}$ (3) $\dfrac{8n^2+10n-1}{6n^2}$ (4) $\dfrac{8n^2+11n-1}{6n^2}$ (5)以上皆非
15. 將半徑為r的半球體容器裝滿水,今慢慢的將之傾斜30°後(如圖),則留在容器內之水的體積為
    (1) $\frac{1}{3}\pi r^3$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{12}\pi r^3$ (3) $\frac{5}{24}\pi r^3$ (4) $\frac{11}{24}\pi r^3$ (5)以上皆非



16. 直角坐標平面上,曲線y=f(x)= $\begin{cases} x, 0\le x\le 2 \\ \sqrt{4-(x-2)^2}, 2<x\le 2+\sqrt{2} \end{cases}$ 與y=g(x)=x-2及y軸所圍區域為R
    (如右圖陰影區域),則R繞x軸旋轉所成的旋轉體體積最接近下列何者?
    (1)6.5π (2)7.5π (3) 8.5π (4)9.5π (5)10.5π



三、填充題：第17題至第26題為填充題，將答案寫在答案卷上對應題號的空格內。

17. 直角坐標平面上,y=$\sqrt{x^3+1}$的圖形上以A(2,3)為切點的切線斜率=__________。

18. 直角坐標平面上,a,b,c為實數,設f(x)=$6x^3+ax^2+bx+c$,若f(x)在區間(-1,2)為遞減,在區間(-∞,-1)或(2,∞)為遞增,
求值:a+b=__________。

19. 設 $f(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)^2}{(x-3)^3}$,求極限值:$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+3h)-f(1-h)}{h}$=__________。

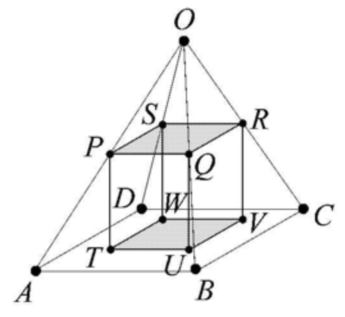
20. 設四次實係數多項式f(x)滿足f(1)=f(2)=f'(1)=f'(2)=0, f'(0)=12,求值f(0)=__________。

21. 設實係數多項式f(x)滿足f(1)=4 ,且對於任意實數x,2f(x)-x f'(x)=3x恆成立,求f(x)=__________。(請展開並化簡)

22. 設f(x),g(x)為x之實係數多項式, 且對於任意實數x,$\int_0^1 g(t)dt$=f(x)-x=-g(x)+$2x^2$+2$\int_0^x f(t)dt$ 恆成立,求值:g(1)=_______。

23. k為實數,若對任意實數x,恆有$3x^4-4(k+2)x^3+6(2k+1)x^2-12kx+6k^2$>0,則k值的最大範圍為__________。

24. 有一正四角錐 O-ABCD,其高為 3、底面是邊長為 2 的正方形 ABCD。正四角柱 PQRS-TUVW 為正四角錐 O-ABCD 之內接正四角柱,其中 PQRS 與 TUVW 為全等且互相平行的正方形,點 P、Q、R、S 分別落在$\overline{OA}$、$\overline{OB}$、$\overline{OC}$、$\overline{OD}$ 上,且正四角柱的底面 TUVW 落在正四角錐的底面 ABCD 上,求正四角柱 PQRS-TUVW 體積最大值為__________。



25. 漏油事件是一種因人類活動而導致石油、柴油等油污洩漏的意外,其結果可能會造成水污染,並影響海洋生態,需要花費很多的金錢來處理。例如:2010 年 4 月 20 日英國石油公司設在美國墨西哥灣一座海上石油鑽油平台發生了爆炸導致上億加侖的黑色原油都流進海洋造成無數的海洋生物死亡,而該公司也付出約 2 兆 700 億台幣的天價賠償及復育費用。
設某海域發生輪船漏油事件,直昇機空拍照片後,發現漏油區的大小與形狀,相當於在直角坐標平面上,兩曲線
$y=x^3+2x$與$y=3x^2$所圍成封閉區域圖形,則漏油區的面積值為__________。

26. 求值:$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3}{n}\sum\limits_{k=1}^{2n}\sqrt{16-(\dfrac{k}{n})^2}\right)$=__________。

高雄中學 108 學年度第二學期期末考三年級自然組數學科　答案卷

班級：三年______組　　　座號：______　　　姓名：______________

※第 1 題至第 10 題為是非題：(每題 2 分，共佔 20 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
X	X	X	O	O	X	O	O	O	O

※第 11 題至第 26 題為單選、填充題：(答對總格數與得分如下表，共佔 80 分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
總得分	8	16	24	32	40	48	52	56	60	64	68	72	74	76	78	80

11	12	13	14	15	16
(1)	(2)	(4)	(2)	(3)	(3)
17	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**
2	-45	$-\frac{1}{2}$	-4	x^2+3x	4
23	**24**	**25**	**26**		
0<k<4	$\frac{16}{9}$	$\frac{1}{2}$	$4\pi+6\sqrt{3}$		