

高雄中學 108 第二學期 期末考 三年級第一類組數學科 試題卷

班級\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_座號\_\_\_\_\_

請以原子筆或鋼筆作答，答案必須完全正確，否則不予計分。

一、是非題（每格 1 分，共 20 分）

1. 試問  $y = \cos 2x$  的圖形可從下列哪些函數的圖形經平移而得？

- (1)  $y = \sin 2x$
- (2)  $y = \cos(x + 2)$
- (3)  $y = 2\cos(2(x + \frac{2\pi}{3}))$
- (4)  $y = \cos x + 2$
- (5)  $y = 3 + 2\sin x$

2. 試問下列選項中的方程式，哪些恰有三個相異實根？

- (1)  $\cos 2x = |\cos x| + |\sin x|$ ，其中  $-\pi \leq x \leq \pi$
- (2)  $2\pi \sin x = x - 1$ ，其中  $-\pi \leq x \leq \pi$
- (3)  $5 = \tan x$ ，其中  $0 \leq x \leq 2\pi$
- (4)  $x^2 = \sin x$ ，其中  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$
- (5)  $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$  其中  $0 \leq x \leq \pi$

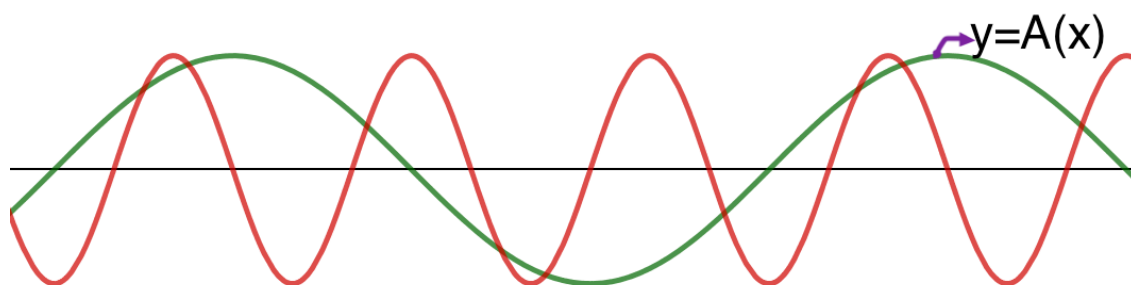
3. 設  $a > 0$ ，令  $A(a)$  表示  $x$  軸、 $y$  軸、直線  $x = a$  與函數  $y = 2 + \sin x$  的圖形所圍成的面積。請問下列選項何者正確？

- (1)  $A(a + 2\pi) = A(a)$
- (2)  $A(2\pi) = 2A(\pi)$
- (3)  $A(4\pi) = 2A(2\pi)$
- (4)  $A(3\pi) - A(2\pi) = A(2\pi) - A(\pi)$
- (5)  $A(4\pi) - A(3\pi) = A(2\pi) - A(\pi)$  .

4. 將  $f_1(x) = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ ,  $f_2(x) = \sin 3x$  的函數圖形繪於同一坐標平面上，兩個圖形和  $x$  軸的相關位置關係

如下圖所示。請問下列選項何者正確？

- (1) 圖中標示為  $y = A(x)$  的圖形，所代表的函數為  $y = f_1(x)$
- (2) 兩函數的最大值都是 1
- (3) 令函數  $y = f_1(x)$  與  $y = f_2(x)$  的最小正週期為  $P_1$  和  $P_2$ ，則  $P_1 = 3P_2$
- (4) 在  $0 \leq x \leq 2\pi$  的範圍中  $y = f_1(x)$  與  $y = f_2(x)$  共有 6 個交點
- (5)  $f_1(x) - f_2(x)$  的最小值是 0



二、填充題(共 70 分, 依照配分表給分)

1. 比較  $\cos 1, \cos 2, \cos 3$  之大小 \_\_\_\_\_ 1 \_\_\_\_\_

2. 若函數  $f(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{6}) + 5$ , 則函數  $f(x)$  的最大值為何? \_\_\_\_\_ 2 \_\_\_\_\_

3. 設  $0 \leq x \leq \pi$ ,  $y = \cos^2 x - 4\sin x + 5$ , 求  $y$  的最小值。 \_\_\_\_\_ 3 \_\_\_\_\_

4. 已知實係數函數  $f(x)$  的圖形是由實係數函數  $g(x) = \cos x$  經過以下步驟變換得到

I. 將  $g(x)$  圖形上所有點的縱座標伸長為原來的 3 倍, (橫坐標不變), 得到  $k(x)$

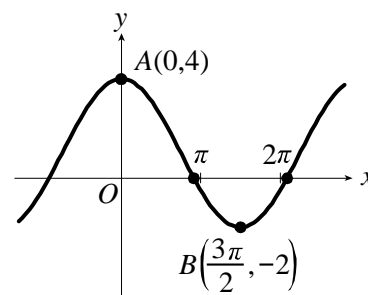
II. 將  $k(x)$  向右平移  $\frac{\pi}{2}$  單位長, 得到  $f(x)$ , 試求

$k(x) =$  \_\_\_\_\_ 4-1 \_\_\_\_\_,  $f(x) =$  \_\_\_\_\_ 4-2 \_\_\_\_\_,

$f(x)$  的最大值 \_\_\_\_\_ 4-3 \_\_\_\_\_,  $f(x)$  的週期 \_\_\_\_\_ 4-4 \_\_\_\_\_

5. 圖為三角函數  $y = c + b\cos ax$  的部分圖形, 其中  $a > 0$ , 試求數對  $(a, b, c)$ 。

\_\_\_\_\_ 5 \_\_\_\_\_



6. 函數  $y = \sin(3x + \frac{\pi}{3})$  的對稱軸為  $x = \alpha$ ,  $0 \leq \alpha \leq \pi$  求  $\alpha =$  \_\_\_\_\_ 6 \_\_\_\_\_

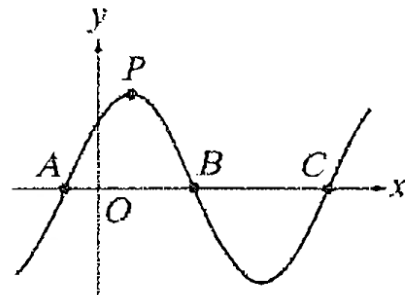
7. 設  $0 \leq x \leq \pi$  則滿足不等式  $-\frac{1}{2} < \cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$  之  $x$  的範圍為何? 7

8. 設  $a$  是正實數, 函數  $y = \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{4})$  的部分圖形如右所示.

若  $P$  為圖形的最高點,  $A, B, C$  為圖形和  $x$  軸的交點, 試求

$B$  點座標 8-1

$\Delta APC$  的面積 8-2



9. 已知函數  $f(x) = (k + 4\sin^2 x)\cos(2x + \theta)$  為奇函數, 且  $f(\frac{3\pi}{4}) = 0$ , 其中  $k \in \mathbb{R}, -2\pi < \theta < -\pi$ . 試求

$k =$  9-1  $\theta =$  9-2

10. 地球上的海水或江水, 受到太陽和月球的重力以及地球自轉的影響, 在每天早晚會各有一次水位的漲落, 這種現象, 早稱之為潮, 晚稱之為汐. 通常船在漲潮時駛進港口, 靠近船塢. 卸貨後落潮時返回海洋.

下表是每天時間與水深的關係表:

時間	水深(公尺)	時間	水深(公尺)	時間	水深(公尺)
0:00	9.0	3:00	12.0	6:00	8.9
9:00	6.1	12:00	9.1	15:00	12.0
18:00	9.1	21:00	6.0	24:00	8.9

將時間與水深的關係描點畫在座標平面上, 觀察圖形. 可以發現時間與水深的關係有週期性的現象, 而且圖形大致符合正弦函數的函數圖形, 因此我們嘗試使用正弦函數來描述潮汐現象. 利用上表中的數據, 可以推論週期為 12 小時, 水深的最大值為 12 公尺, 最小值為 6 公尺, 因此可得振幅為 3 公尺, 垂直位移為 9 公尺, 因此假定水深  $f(x)$  和時間  $x$  的函數關係為

$$f(x) = 3\sin(\frac{2\pi}{12}x) + 9.$$

若某船的吃水深度為 5.5 公尺, 安全條例規定該船至少要有 5 公尺的安全間隙 (船底與海底的距離). 按照上述所給定的條件, 該船在哪個時刻能進入港口? 10 在港口能待多久(小時)? 10. (不考慮船進出港口的時間, 請將答案填入同一格)

### 三、作圖題(10分)

1. 試畫出  $y = |2\sin 2x|$  在  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$  的圖形.

# 高雄中學 108 第二學期 期末考 三年級第一類組數學科 答案卷

班級\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_座號\_\_\_\_\_

請以原子筆或鋼筆作答，答案必須完全正確，否則不予計分。

## 一、是非題 (每格 1 分, 共 20 分)

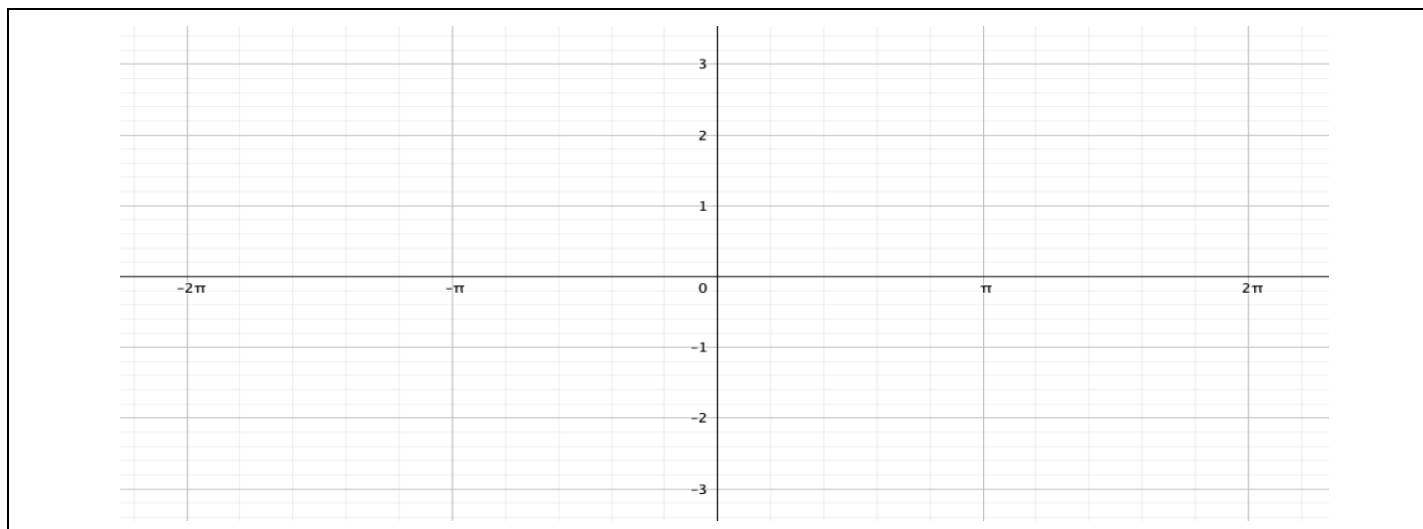
1-1	1-2	1-3	1-4	1-5
2-1	2-2	2-3	2-4	2-5
3-1	3-2	3-3	3-4	3-5
4-1	4-2	4-3	4-4	4-5

## 二、填充題(共 70 分, 依照配分表給分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	7	14	21	27	33	39	44	49	53	57	61	64	66	68	70

1	2	3	4-1	4-2
4-3	4-4	5	6	7
8-1	8-2	9-1	9-2	10

## 三、作圖題(10 分)



高雄中學 108 第二學期 期末考 三年級第一類組數學科 答案卷

班級\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_座號\_\_\_\_\_

請以原子筆或鋼筆作答，答案必須完全正確，否則不予計分。

四、是非題 (每格 1 分, 共 20 分)

1-1	1-2	1-3	1-4	1-5
0	X	X	X	X
2-1	2-2	2-3	2-4	2-5
0	0	X	X	X
3-1	3-2	3-3	3-4	3-5
X	X	0	X	0
4-1	4-2	4-3	4-4	4-5
0	0	0	0	X

五、填充題(共 70 分, 依照配分表給分)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	7	14	21	27	33	39	44	49	53	57	61	64	66	68	70

1	2	3	4-1	4-2
$\cos 1 > \cos 2 > \cos 3$	7	1	$k(x) = 3\cos x$	$f(x) = 3\cos(x - \frac{\pi}{2})$
4-3	4-4	5	6	7
3	$2\pi$	$(\frac{2}{3}, 3, 1)$	$\frac{\pi}{18}, \frac{7\pi}{18}, \frac{13\pi}{18}$	$\frac{\pi}{6} < x < \frac{2\pi}{3}$
8-1	8-2	9-1	9-2	10
$(\frac{3}{2}, 0)$	$2\sqrt{2}$	-2	$\frac{-3\pi}{2}$	1:00 和 13:00, 可停留 4 小時

六、作圖題(10 分)

