

高雄市立高雄高級中學 第 109 學年度 第一學期 第一次期中考 高一 數學科試題卷

注意：請將答案用黑筆或藍筆寫在答案卷上，鉛筆作答不予計分，交答案卷即可。

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	8	16	24	32	40	48	54	60	66	70	74	78	82	86

第一部分：填充題 (配分如上表)

- 求 $|x - 4| + 2|x + 1| + |x - 3|$ 之最小值 = ?
- 已知 $a, b, c \in Z$, $|a - 2| + 3|b - 2| + 4(c - 2)^2 = 5$, 則數對 (a, b, c) 共有多少組?
- 設 $f\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) = \frac{3x+1}{6x-2}$, 試求 $f(x) = ?$
- 命題“若 $x - 2y + z = 6$, 則 $x^3 - 8y^3 + z^3 \neq -6xyz$ ”為假, 則 $2x + 3y - z = ?$
- 設集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 則可能的集合 B 共有幾個?
- 假設 $M = (\sqrt{19} + 4)^3$, 其正小數部分為 m , 試求 $M \cdot m = ?$
- 設 $\sqrt{43 + 5\sqrt{72}} - \sqrt{6 + 4\sqrt{2}} = a + b$, 其中 $a \in N, 0 \leq b < 1$, 則 $\sqrt{\frac{b+2+\sqrt{4b+b^2}}{b+2-\sqrt{4b+b^2}}} = ?$
- 已知函數 $f(x + a) = |x - 2| - |x + 2|$, 且 $f(f(a)) = 3$, 試求 a 之值。

9. 若 x, y, z 皆為大於 -1 的負數，則下列敘述何者正確？(多選題，錯一個選項半對，錯兩個選項不得分)
 (A) $x^2 - y^2 - z^2 < 0$ (B) $xyz > -1$ (C) $x + y + z < -3$ (D) $(xy + yz + zx)^2 > 1$ (E) $|x + y + z| = |x| + |y| + |z|$
10. 小玉和小明同時解一道絕對值不等式題目： $|mx + 1| < n$ 。小玉看錯 m ，解得 x 的範圍為 $-4 < x < 2$ ，小明看錯 n ，解得 x 的範圍為 $-3 < x < 2$ ，則在正確的題目中， $n - m = ?$
11. 若 $|x| \leq 1, |y| \leq 1$ ，且 $k = |x + y| + |y + 1| + |2y - x - 4|$ ，試求 k 的最大值與最小值之和。
12. 函數 $f(x) = 2x - 3[x]$ ，其中 $[x]$ 表示不大於 x 的最大整數，定義域為 $[-1, 2]$ ，求函數 $f(x)$ 的整數值。
(全對才給分)
13. 對任意的實數 x ，不等式 $|x - 2| - |x + t| \leq 5$ 恆成立，試求實數 t 的範圍。
14. 已知 $a, b > 0$ ，求 $\frac{a^2 + b^2 + ab + 1}{a + b}$ 的最小值。

第二部分：證明題 (共 14 分)

- 對任意兩實數 a, b ，試證明 $|a + b| \leq |a| + |b|$ ，並說明等號何時成立。(4 分)
- 設 $A = \{a \in Z \mid a = x^2 - y^2, x, y \in Z\}$ ，
 - 試問 $41 \in A$ ，是否正確？ $42 \in A$ ，是否正確？(各 1 分)
 - 試判斷 $\forall k \in Z, 2k - 1, 4k - 2$ 是否屬於集合 A ？是或不是，請證明之。(各 4 分)

高雄市立高雄高級中學 第 109 學年度 第一學期 第一次期中考 高一 數學科答案卷

注意：請將答案用黑筆或藍筆寫在答案卷上，鉛筆作答不予計分，交答案卷即可。

班級 _____ 姓名 _____ 座號 _____

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	8	16	24	32	40	48	54	60	66	70	74	78	82	86

第一部分：填充題 (配分如上表)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	

第二部分：證明題 (共 14 分)

1.
2.

高雄市立高雄高級中學 第 109 學年度 第一學期 第一次期中考 高一 數學科答案卷

注意：請將答案用黑筆或藍筆寫在答案卷上，鉛筆作答不予計分，交答案卷即可。

班級 _____ 姓名 _____ 座號 _____

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	8	16	24	32	40	48	54	60	66	70	74	78	82	86

第一部分：填充題 (配分如上表)

1.	2.	3.	4.	5.
9	10	$\frac{5x+5}{14x+2}$	-1	16
6.	7.	8.	9.	10.
27	$\sqrt{2}+1$	$\frac{3}{2}$	BE (錯一個選項半 對，錯兩個選項 不得分)	1
11.	12.	13.	14.	
10	-2, -1, 0, 1, 2 (全對才給分)	[-7, 3]	$\sqrt{3}$	

第二部分：證明題 (共 14 分)

1.略
<p>2. (1)是，否。(各 1 分)</p> <p>(1) $2k - 1 \in A$.</p> <p>因為 $k, k - 1 \in Z$，且 $k^2 - (k - 1)^2 = 2k - 1$，所以 $2k - 1 \in A$。(4 分)</p> <p>$4k - 2 \notin A$.</p> <p>假設 $4k - 2 \in A$，則存在整數 x, y，使得 $4k - 2 = x^2 - y^2$，即 $4k - 2 = (x - y)(x + y)$，因為 $(x - y)$ 與 $(x + y)$ 有相同的奇偶性，等式右邊只有兩種可能：奇數 $(4k \pm 1)$ 或是 4 的倍數 $(4k)$，等式左邊是被 4 除餘 2 的數 $(4k - 2)$，所以矛盾，故 $4k - 2 \notin A$。(4 分)</p>

參考解答：

13. $|x - 2| - |x + t| \leq 5 \Rightarrow |x - 2| - 5 \leq |x + t|$ ，畫圖即可得

$$\begin{aligned} 14. \frac{a^2+b^2+ab+1}{a+b} &= \frac{4a^2+4b^2+4ab+4}{4(a+b)} = \frac{3a^2+3b^2+a^2+b^2+4ab+4}{4(a+b)} \geq \frac{3(a^2+b^2)+6ab+4}{4(a+b)} = \frac{3(a+b)^2+4}{4(a+b)} \\ &= \frac{3}{4}(a+b) + \frac{1}{(a+b)} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{4}(a+b) \cdot \frac{1}{(a+b)}} = \sqrt{3}. \end{aligned}$$