

一、是非題：(30%) (正確劃 O，錯誤劃 X)

甲. 一袋子中有 3 個黑球，7 個白球，每次從袋中隨機取一球。

隨機變數 X 表每次取完後將球放回，連取 3 次，取到黑球的個數；

隨機變數 Y 表每次取完後不將球放回，連取 3 次，取到黑球的個數。試判斷下列各敘述之正確與否：

- (1) 第一次拿到黑球的機率為 $\frac{3}{10}$
- (2) 取後不放回，第三次拿到黑球的機率為 $\frac{3}{10}$
- (3) $E(X) = 3 \times \frac{3}{10}$
- (4) $E(X) = E(Y)$
- (5) $\text{Var}(X) = \text{Var}(Y)$

乙. 某校數學科為避免學生考試分數不佳，不管學生考試成績如何，均以公式 $Y = 10 \left(\frac{X - \mu}{\sigma} + 7 \right)$ 調整分數，

其中 X 表學生原始成績， μ, σ 分別表原始成績之平均數與標準差， Y 表調整後成績。

若某次學生段考成績呈常態分布，試判斷下列各敘述之正確與否：

- (1) 學生調整後的分數亦呈常態分布
- (2) 學生調整後的分數，平均 60 分
- (3) 學生調整後的分數，約有 68% 的學生成績 60 分以上
- (4) 學生調整後的分數，約有 2.5% 的學生成績 90 分以上
- (5) 學生調整後的分數，標準差 10 分

丙. 某廠商委託民調機構在甲、乙兩地調查聽過某項產品的居民佔當地居民之百分比(以下簡稱為「知名度」)。

結果如下：在95%信心水準之下，該產品在甲、乙兩地的知名度之信賴區間分別為 $[0.50, 0.58]$ 、 $[0.08, 0.16]$ 。

試問下列哪些選項是正確？

- (1) 此次民調在甲地的參訪人數少於在乙地的參訪人數。
- (2) 此次調查結果可解讀為：該產品在甲地的知名度為54%。
- (3) 此次調查結果可解讀為：該產品在甲地的知名度有95%的機率落在 $[0.50, 0.58]$ 之間。
- (4) 此次調查結果可確認：該產品在甲地的知名度高於乙地。
- (5) 若在乙地以同樣方式進行多次民調，該產品在乙地的知名度有95%的機會會落在各次民調所得之信賴區間內。

二、 填充題：(54%)

1. 某公司考慮在甲、乙兩地間選擇一地投資開設新廠。經評估，在甲地設廠，如獲利，預期可獲利10000(萬元)；如不獲利，預計將虧損7000(萬元)。在乙地設廠，如獲利，預期可獲利6000(萬元)；如不獲利，預計將虧損5000(萬元)。又該公司評估新廠在甲、乙兩地獲利機率分別為0.6、0.7。如以獲利期望值為決策準則，該公司應選擇何地投資？
2. 一袋子中有9個黑球，1個白球，每次從袋中隨機取一球，取後不放回。隨機變數 X 表直到拿到白球所抽取的球數，試求隨機變數 X 的期望值。
3. 有個民意調查機構針對某重大政治問題做民意調查，若希望在信心水準為95%之下的誤差不大於2%，試問樣本數至少應取多少？
4. 晚會中摸彩箱裝有若干編號為 $1, 2, 3, \dots, 10$ 的彩球，其中各種編號的彩球數目可能不同。原設定，從中隨機摸取一球，當摸得彩球的號數為 k 時，能獲取獎金為 k 元，在這樣的規則下，在此摸彩箱每摸取一球的獎金期望值為5元，標準差4元。但晚會到摸彩階段時，主持人改變了摸彩規則，改為從中隨機摸取一球，當摸得彩球的號數為 k 時，能獲取獎金為 k^2 元。試問在新規則下，每摸取一球所獲取獎金期望值為多少元？

5. 某公司主管為獎勵績效良好的員工，準備了一個箱子，箱內有3顆黑球與2顆白球。獎勵方式如下：

每個員工每個月依不同的績效可獲得若干次機會，每次可從箱子中隨機抽取一球，取後放回。若抽取到一次黑球就能獲得500元的績效獎金；二次黑球就有1000元獎金，依此類推。

某月份阿雄工作績效良好，獲得抽球機會10次，試問

(1) 若阿雄當月份的績效獎金期望值 μ ，標準差 σ ，試求 (μ, σ)

(2) 阿雄當月份獲得多少獎金的機率最大？

6. 有編號1~6的六個燈泡。今投擲一公正骰子，編號與骰子點數相同的燈泡，就會由暗變亮或由亮變暗。

假設開始時，燈泡全部是暗的，試求投擲骰子4次後，燈泡是亮著的個數期望值。

7. 有二顆均勻的骰子：一顆為四面分別標示1,2,3,4的正四面體；另一顆為六面分別標示1,2,3,4,5,6的正立方體。

投擲此二顆骰子各一次，隨機變數 X 表兩顆骰子的點數和，試求

(1) 隨機變數 X 的期望值 $E(X)$

(2) 試求隨機變數 X 的變異數 $\text{Var}(X)$ 。

三、 計算題：(16%)

1. 有一隨機變數 X 的機率分布如右，

(1) 試求實數 k 之值

(2) 試作隨機變數 X 的機率質量函數圖

(3) 試求隨機變數 X 的期望值 $E(X)$

(4) 試求隨機變數 X 的變異數 $\text{Var}(X)$ 。

X	0	1	2	3	4	5
P	$(\frac{1}{2})^5$	$C_1^5(\frac{1}{2})^5$	$C_2^5(\frac{1}{2})^5$	k	$C_4^5(\frac{1}{2})^5$	$(\frac{1}{2})^5$

高雄中學 109 年度第一學期 第一次期中考 三年級 社會組

數學科

班別： 姓名：

座號：

一、是非題：(30%)

甲

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
-----	-----	-----	-----	-----

乙

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
-----	-----	-----	-----	-----

丙

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
-----	-----	-----	-----	-----

二、填充題：(54%)

1	2	3
4	5(1)	5(2)
6	7(1)	7(2)

三、計算題：(16%)

1.

數學科

班別： 姓名：

座號：

四、是非題：(30%)

甲

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
O	O	O	O	X

乙

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
O	X	X	O	O

丙

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
X	X	X	X	O

五、填充題：(54%)

1 甲地	2 $11\frac{1}{2}$	3 2500
4 41	5(1) $(3000, 200\sqrt{15})$	5(2) 3000
6 $\frac{65}{27}$	7(1) 6	7(2) $\frac{25}{6}$

六、計算題：(16%)

(1) $k = \frac{5}{16}$

(2)

(3) $E(X) = \frac{5}{2}$

(4) $Var(X) = \frac{5}{4}$