

※請將答案寫在答案卷上的對應空格內，並將答案化簡後再填入。勿用鉛筆作答！

一、多重選擇題(共計 30 分)

1. 平面上，已知 $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ ， \overline{AP} 平分 $\angle BAC$ 且交 \overline{BC} 於 D ，若 $\angle BAC$ 之外角角平分線交 \overline{BC} 於 E ，

請選出正確的選項。

(A) $\overline{AD} : \overline{DP} = 2 : 3$

(B) $\overrightarrow{CD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CP} + \frac{3}{5}\overrightarrow{CA}$

(C) $\frac{\Delta ABC \text{面積}}{\Delta ABP \text{面積}} = 1$

(D) $\frac{\Delta ADB \text{面積}}{\Delta CDP \text{面積}} = \frac{9}{4}$

(E) $\overrightarrow{AE} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{3}\overrightarrow{AC}$

2. 如右圖，正六邊形 $ABCDEF$ 的邊長為 2，若 $\overrightarrow{OB} = 2(\cos(\theta + 60^\circ), \sin(\theta + 60^\circ))$ ，請選出正確的選項。

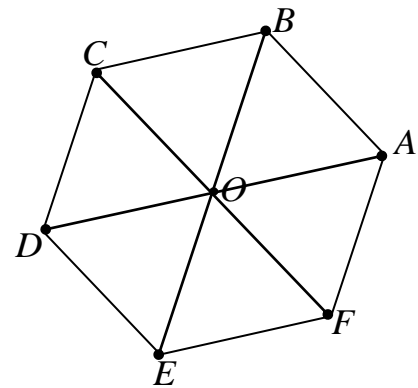
(A) $\overrightarrow{OD} = 2(-\cos\theta, \sin\theta)$

(B) $\overrightarrow{OE} = 2(\cos(\theta - 120^\circ), \sin(\theta - 120^\circ))$

(C) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD} = 4$

(D) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{OE} = 0$

(E) $\overrightarrow{CE} = 2\sqrt{3}(\sin\theta, -\cos\theta)$



3. 下列參數方程式何者圖形為一線段？

(A) $\begin{cases} x = 1 + 2^t \\ y = -1 - 2^t \end{cases}, -3 \leq t \leq 3$

(B) $\begin{cases} x = 1 + 3\log|t| \\ y = -1 + \log|t| \end{cases}, -3 \leq t \leq 3 \text{ 且 } t \neq 0$

(C) $\begin{cases} x = 1 + 5\sin\theta \\ y = 3\sin\theta \end{cases}, \theta \in R$

(D) $\begin{cases} x = 1 + 5\sin\theta \\ y = -1 + 3\cos\theta \end{cases}, \theta \in R$

(E) $\begin{cases} x = 1 + \sec^2\theta \\ y = -1 + \tan^2\theta \end{cases}, \theta \in R$

4. 下列哪些直線與直線 $L: 2x - y + 5 = 0$ 所夾銳角為 $\frac{\pi}{4}$?

(A) $L_1: x + 3y = 5$

(B) $L_2: y = 4 - 3x$

(C) $L_3: 3x - y = 0$

(D) $L_4: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}, t \in R$

(E) $L_5: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases}, t \in R$

5. 已知 G 為 $\triangle ABC$ 之重心， $\overline{GA} = 1$ ， $\overline{GB} = 2$ ， $\overline{GC} = \sqrt{3}$ ，試問下列選項何者正確？

(A) $\angle AGC = 90^\circ$

(B) $\triangle ABC$ 的面積為 $3\sqrt{3}$

(C) $|\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC}| = 2$

(D) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1$

(E) $\overline{AB} = \sqrt{7}$

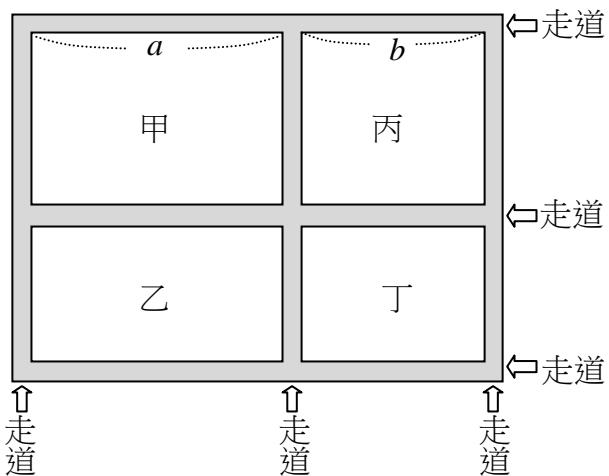
二、填充題(共計 55 分)

1. 設 $2 \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = 6 \begin{vmatrix} b_1 & a_1 \\ b_2 & a_2 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} \neq 0$ ，則聯立方程組 $\begin{cases} (a_1 + c_1)x - 3b_1y - (2c_1 - b_1) = 0 \\ (a_2 + c_2)x - 3b_2y - (2c_2 - b_2) = 0 \end{cases}$ 之解為 $(x, y) =$

2. $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{BD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DC}$ ， $\overrightarrow{AP} = \frac{5}{11}\overrightarrow{AD}$ ，若 $\overrightarrow{PA} = x\overrightarrow{PB} + y\overrightarrow{PC}$ ，則數 $(x, y) =$ _____

3. 平面上有三個兩兩外切的圓，此三圓的圓心分別為 O_1, O_2, O_3 ，圓 O_2 、圓 O_3 外切於點 P ，設 $\overrightarrow{O_1O_2} = (3, 6)$ ， $\overrightarrow{O_1O_3} = (-8, 4)$ ，則 $\overrightarrow{O_1P}$ 之坐標表示為 _____

4. 設點 P 為 $\triangle ABC$ 內部一點， $\triangle ABP$ 面積： $\triangle BCP$ 面積： $\triangle CAP$ 面積 = 1:2:3，且 $x, y \in R$ ， $(2x + 3y - 2)\vec{PA} + (4x + y + 3)\vec{PB} + (2x - y + 3)\vec{PC} = \vec{0}$ ，則數對 $(x, y) =$ _____
5. 平面上兩向量 \vec{a} 、 \vec{b} 滿足 $|2\vec{a} + \vec{b}| = |3\vec{a} - 3\vec{b}| = 3$ ，且 $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$ ，則 $(\vec{a} + 2\vec{b})$ 、 $(3\vec{a} - \vec{b})$ 兩向量所決定的平行四邊形面積為_____
6. $\triangle ABC$ 中， $A(-1, 4)$ ， $C(6, -5)$ ，內角 $\angle ABC$ 之角平分線 L 之參數式為 $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \end{cases}$ ， $t \in R$ ，則
- (1) A 對直線 L 之對稱點座標為_____
- (2) B 點座標為_____
7. 某工廠為配合政府的節水抗旱政策，擬在廠房附近尋覓一塊長方形土地，並規劃開設寬度 1 公尺且分別平行土地之長與寬邊的走道各 3 條，走道恰將土地分成四區，設計圖如下。在此甲、乙、丙、丁四區均挖設深度 2 公尺的沉澱池，基於各區功能需求，甲區需具 294 立方公尺容量，丁區需具 150 立方公尺容量，乙、丙則無容量限制。

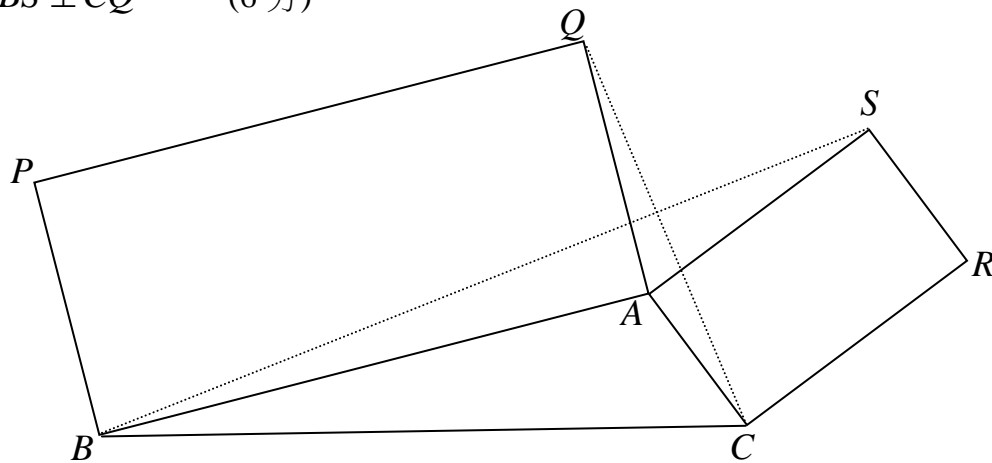


今有房產仲介推薦了一筆長度為 21 公尺的長方形土地，以此數據計算後發覺若欲達該工廠上述要求，此土地寬度至少需為_____公尺。

三、計算題(共計 15 分; 請詳列過程, 否則不予計分)

1. 如下圖, 任意 $\triangle ABC$, 分別以 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為一邊向外做矩形 $ABPQ$ 與矩形 $ACRS$, 若 $\frac{\overline{AB}}{\overline{AQ}} = \frac{\overline{AS}}{\overline{AC}}$,

試證: $\overline{BS} \perp \overline{CQ}$ (6 分)



2. 設 $a \in R$, 請就 a 值討論聯立方程組 $\begin{cases} ax + 2y + a = 0 \\ 2x + ay + 2 = 0 \end{cases}$ 之 (x, y) 解。(9 分)

高雄中學 109 學年度第一學期第二次段考高二自然組數學科答案卷

※請將答案寫在答案卷上的對應空格內，並將答案化簡後再填入。勿用鉛筆作答！

一、多重選擇題(每題全對給 6 分，錯一選項給 4 分，錯兩選項給 2 分，其餘情形一律不給分)

題號	1.	2.	3.	4.	5.
答案	CD	BDE	AC	BE	ACE

二、填充題

配分表

對格數	1	2	3	4	5	6	7	8
得分	10	20	28	36	42	48	52	55

題號	1.	2.	3.	4.
答案	(3,1)	$(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2})$	$(\frac{-7}{5}, \frac{26}{5})$	(1,2)
題號	5.	6.(1)	6.(2)	7.
答案	7	(3,-4)	(-3,-2)	27

三、計算題(請詳列過程，否則不予計分)

<p>1. (6 分)</p> <p>(1) ∵ 四邊形 $ABPQ$ 與 $ACRS$ 均為矩形 $\therefore \overrightarrow{AS} \perp \overrightarrow{AC}$ 且 $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AQ}$ $\Rightarrow \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AQ} = 0$ 且 $\cos \angle BAC = \cos(\pi - \angle SAQ) = -\cos \angle SAQ$ (2 分)</p> <p>(2) ∵ $\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{AQ}} = \frac{\overrightarrow{AS}}{\overrightarrow{AC}}$ $\therefore \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ (3 分)</p> <p>(3) ∵ $\overrightarrow{BS} \cdot \overrightarrow{CQ}$ $= (\overrightarrow{AS} - \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AC})$ (4 分) $= \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ $= \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AQ} \cos \angle SAQ - \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AQ}$ $\quad + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \cos \angle BAC$ (5 分) $= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \cos \angle SAQ - 0 - 0$ $\quad + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot (-\cos \angle SAQ)$ (由(1)(2)知) $= 0$ (6 分) $\therefore \overrightarrow{BS} \perp \overrightarrow{CQ}$</p>	<p>2. (9 分)</p> $\Delta = \begin{vmatrix} a & 2 \\ 2 & a \end{vmatrix} = (a+2)(a-2) \quad (1 \text{ 分})$ $\Delta_x = \begin{vmatrix} -a & 2 \\ -2 & a \end{vmatrix} = -(a+2)(a-2) \quad (2 \text{ 分})$ $\Delta_y = \begin{vmatrix} a & -a \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = 0 \quad (3 \text{ 分})$ <p>(1) 當 $a \neq 2$ 且 $a \neq -2$ 時， 恰有一組解，$(x, y) = (-1, 0)$ (5 分)</p> <p>(2) 當 $a = 2$ 時， 有無限多組解，$(x, y) = (t, -1-t)$，$t \in R$ (7 分)</p> <p>(3) 當 $a = -2$ 時， 有無限多組解，$(x, y) = (t, 1+t)$，$t \in R$ (9 分)</p>
---	--

* 若過程與上不同，請各位老師自行斟酌給分。