# 高雄中學 109 學年度第一學期第二次期中考高二 19~21 組數學科試題

※ 作 答 須 使 用 黑 色 或 藍 色 的 原 子 筆 書 寫 ， 除 作 圖 外 不 得 使 用 鉛 筆 。

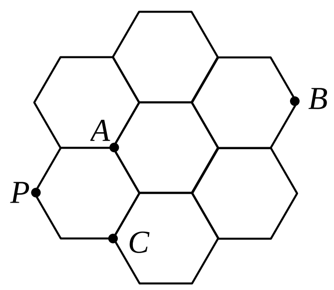
## 一 、 單 選 題 （ 占 12 分 ）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請將正確選項依照題號填入答案卷之『指定答案欄』當中。每題答對者得 6 分；答錯、未作答或填入多於 1 個選項者該題以零分計算。

1. 坐標平面上，$A(4,\log 4)$、$B(6,\log 6)$、$C(10,k)$，其中 $k$ 為實數。若 $\overline{OA}=m\overline{OB}+n\overline{OC}$ 且 $m+n=1$，則 $k=$？

(1) $\log 10$　(2) $\log\dfrac{27}{2}$　(3) $\log 18$　(4) $\log\dfrac{64}{3}$　(5) $\log 24$

2. 右圖是由 7 個正六邊形拼接而成，若 $\overline{AP}=x\overline{AB}+y\overline{AC}$，則數對 $(x,y)=$？




(1) $(-\dfrac{1}{2},0)$　(2) $(-\dfrac{1}{2},\dfrac{2}{7})$　(3) $(-\dfrac{3}{7},-\dfrac{5}{7})$　(4) $(-\dfrac{3}{7},\dfrac{2}{7})$　(5) $(-\dfrac{3}{7},\dfrac{5}{7})$

## 二 、 多 選 題 （ 占 24 分 ）

說明：第 3 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項依照題號填入答案卷之『指定答案欄』當中。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 已知 $\vec{a}\neq\vec{0}$ 且 $\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角為 $\alpha$，$\vec{a}$ 與 $\vec{a}+\vec{b}$ 的夾角為 $\beta$，試選出正確的選項。

(1) 若 $0^\circ<\alpha<180^\circ$，則 $|\vec{a}|$、$|\vec{b}|$、$|\vec{a}-\vec{b}|$ 可當作三角形的三邊

(2) $\alpha=2\beta$

(3) 若 $0^\circ<\alpha<180^\circ$ 且 $\alpha\neq 90^\circ$，則 $\left(\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\right)\vec{b}$ 與 $\vec{a}-\left(\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\right)\vec{b}$ 必定互相垂直

(4) $|\vec{a}+\vec{b}||\vec{a}-\vec{b}|=|(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})|$

(5) 若 $|\vec{a}-\vec{b}|>|\vec{a}+\vec{b}|$，則 $\alpha>90^\circ$

4. 坐標平面上，$A(1,1)$、$B(5,3)$、$P(x,y)$。若 $P$ 點滿足 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}\le 0$，試選出正確的選項。

(1) 所有可能的 $P$ 點均落在第一象限

(2) 所有可能的 $P$ 點構成的圖形面積為 $k$，則 $15< k < 1$

(3) 所有可能的 $P$ 點中，到原點的最短距離為 $\sqrt{2}$

(4) 所有可能的 $P$ 點中，到直線 $x+y+15=0$ 的最短距離為 $10\sqrt{2}$

(5) $x$ 之最大值為 $a$、$x$ 之最小值為 $b$；$y$ 之最大值為 $c$、$y$ 之最小值為 $d$，則 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -2\sqrt{5}$

5. 坐標平面上，$A(x,y)$ 點在曲線 $\Gamma: x^2+4y^2=5$ 上，可使 $x+y$ 為最小值的 $A(x,y)$ 為點 $A_1$、可使 $x+y$ 為最大值的 $A(x,y)$ 為點 $A_2$，試選出正確的選項。

(1) $\left(x^2+4y^2\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\le (x+y)^2$

(2) $x+y$ 的最小值為 $-\frac{5}{2}$

(3) 點 $A_1$、點 $A_2$ 到直線 $L: x+y=0$ 等距離

(4) 點 $A_1$、點 $A_2$ 都在直線 $x-4y=0$ 上

(5) $|x+y+1|$ 的最小值為 $\frac{3}{2}$

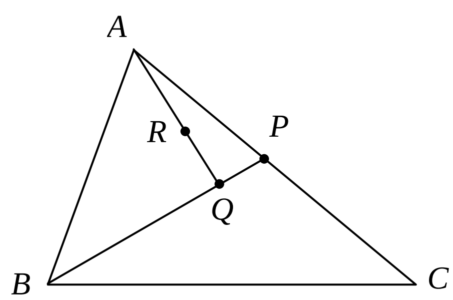
## 三、填充題（占 56 分）

說明：第 6 至 13 題，請將正確答案依照題號填入答案卷之『指定答案欄』當中。每題完全答對得 7 分。

6. 坐標平面上，$(3,-4)$、$(2,3)$ 為正方形其中一條對角線的兩端點坐標，試求另一條對角線的兩端點坐標__________。

7. 若 $f(x,y)=\begin{vmatrix} x & 1-y \\ 3+y & 2x-3 \end{vmatrix}$，則 $f(x,y)$ 之最小值為__________。

8. 如圖所示，$\Delta ABC$ 中，$P$ 點在 $\overline{AC}$ 上使得 $\overline{AP}:\overline{PC}=1:$、$Q$ 點在 $\overline{BP}$ 上使得 $\overline{BQ}:\overline{QP}=5:$、$R$ 點在 $\overline{AQ}$ 上使得 $\overline{AR}:\overline{RQ}=3:$。若 $\overrightarrow{AR}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則數對 $(x,y)=$__________。



9. 坐標平面上，$\vec{a}=(-4,3)$、$\vec{b}=(-6,-8)$。若$\vec{c}$與$\vec{a}$的夾角和$\vec{c}$與$\vec{b}$的夾角相同，且$|\vec{c}|=\sqrt{2}$，

則$\vec{c}=$__________。

10. 平面上，$\overline{OA}$與$\overline{OC}$不平行，$|\overline{OA}|=2|\overline{OB}|$且$\angle AOB=\angle BOC=\theta$，其中$0°<\theta<45°$。若$\overline{OA}\cdot\overline{OC}=\overline{OB}\cdot\overline{OC}$，

則$\cos\theta=$__________。

11. $\Delta ABC$中，邊長$\overline{AB}=1$、$\overline{BC}=2$、$\overline{CA}=2$，$G$為$\Delta ABC$的重心。若$P$在$\overline{BC}$上且$\overline{AP}\cdot\overline{AG}=\frac{3}{4}$，

則$|\overline{AP}|=$__________。

12. 坐標平面上，$A(x_1,y_1)$為直線$L_1: 3x-2y=$ 上的動點，$B(x_2,y_2)$滿足$x_2=\begin{vmatrix} x_1 & -2 \\ 2x_1 & -3 \end{vmatrix}$、$y_2=\begin{vmatrix} 14 & y_1 \\ 8 & x_1 \end{vmatrix}$。

若$B$點恆在直線$L_2$上，則$L_2$的方程式為__________。

13. $\Delta ABC$中，邊長$\overline{AB}=6$、$\overline{BC}=5$、$\overline{CA}=7$，$I$為$\Delta ABC$的內心。試求$\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BI}\ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{GI}$ (__________。

## 三、計算證明題（占 8 分）

| |
|---|
| 說明：第 14 題，請將答案寫在答案卷之『指定答案欄』當中，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。完全答對得 8 分。 |

14. 若方程組$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=0 \\ a_2x+b_2y+c_2z=0 \end{cases}$的解$(x,y,z$除了$(0,0,$之外，$x:y:z=(\ \ 3):1$，

則方程組$\begin{cases} (2a_1+3c_1)x-b_1y+2c_1z= \\ (2a_2+3c_2)x-b_2y+2c_2z= \end{cases}$的解$(x,y,z$除了$(0,0,$之外，$x:y:z=$？

# 高雄中學 109 學年度第一學期第二次期中考高二 19~21 組數學科答案卷

班級：______　座號：______　姓名：______________

## 一、單選題（占 12 分）

| 1. | 2. |
|---|---|
| (2) | (4) |

## 二、多選題（占 24 分）

| 3. | 4. | 5. |
|---|---|---|
| (1)(3)(5) | (2)(5) | (2)(3)(4) |

## 三、填充題（占 56 分）

| 6. | 7. | 8. | 9. |
|---|---|---|---|
| $(-1,-1)$、$(6,0)$ | $\frac{-41}{8}$ | $(\frac{1}{10},\frac{1}{4})$ | $(\frac{7}{5},\frac{1}{5})$ 或 $(\frac{-7}{5},\frac{-1}{5})$ |
| **10.** | **11.** | **12.** | **13.** |
| $\frac{1+\sqrt{33}}{8}$ | 1 | $2x-y+4=0$ | 55 |

## 四、計算證明題（占 8 分）

14.

$\because$ 方程組 $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=0 \\ a_2x+b_2y+c_2z=0 \end{cases}$ 的解 $(x,y,z)$ 除了 $(0,0,0)$ 之外，$x:y:z=(-3):1:2$

$\therefore$ $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}:\begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix}:\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=(-3):1:2$

令 $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}=-3t$、$\begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix}=t$、$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=2t$，$t\in\mathbb{R}$

則方程組 $\begin{cases} (2a_1+3c_1)x-b_1y+2c_1z=0 \\ (2a_2+3c_2)x-b_2y+2c_2z=0 \end{cases}$ 的解 $(x,y,z)$ 除了 $(0,0,0)$ 之外

$$x:y:z=\begin{vmatrix} -b_1 & 2c_1 \\ -b_2 & 2c_2 \end{vmatrix}:\begin{vmatrix} 2c_1 & 2a_1+3c_1 \\ 2c_2 & 2a_2+3c_2 \end{vmatrix}:\begin{vmatrix} 2a_1+3c_1 & -b_1 \\ 2a_2+3c_2 & -b_2 \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} -b_1 & 2c_1 \\ -b_2 & 2c_2 \end{vmatrix}:\begin{vmatrix} 2c_1 & 2a_1 \\ 2c_2 & 2a_2 \end{vmatrix}:\left(\begin{vmatrix} 2a_1 & -b_1 \\ 2a_2 & -b_2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 3c_1 & -b_1 \\ 3c_2 & -b_2 \end{vmatrix}\right)$$

$$=(-2)\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}:4\begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix}:\left((-2)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}+3\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}\right)$$

$$=(-2)\times(-3t):4\times t:\big((-2)\times 2t+3\times(-3t)\big)$$

$$=6:4:(-13)$$