

高雄中學 109 學年度第一學期第二次期中考高三自然組數學科題目卷

*所有答案請用藍或黑色原字筆按題號依序填入答案卷之答案欄中，否則不予計分

一、多選題：每題所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 3 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 下列哪些函數的週期和 $y = |\tan x|$ 相同？

(A) $y = |\sin x + \cos x|$ (B) $y = \left| \sin \frac{x}{2} \right| + \left| \cos \frac{x}{2} \right|$ (C) $y = \tan x + \cot x$ (D) $y = \sin 3x + \tan 2x$ (E) $y = \sec|x|$

2. 下列哪些選項的敘述是正確的？

(A) 若點 P 為直線 $y = (\tan 65^\circ)x$ 和橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 在第一象限的交點，則 P 的坐標為 $(3\cos 65^\circ, 2\sin 65^\circ)$

(B) $y = 1 + \sqrt{9 - x^2}$ 圖形的長度為 6π

(C) 將 $y = \sin x$ 的圖形以 y 軸為基準線，水平方向壓縮為原來的 $\frac{1}{2}$ 倍之後，再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 個單位，所得新圖形函數為

$$y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$$

(D) $\theta = 12$ 弧度，其最小正同界角為 α ，最大負同界角為 β ，則 $\alpha + \beta = 24 - 6\pi$

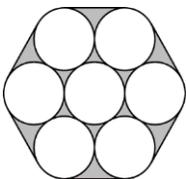
(E) 平面上的點 $\left(\sec\left(\frac{100\pi}{3}\right)^\circ, \cot 4\right)$ 在第二象限

二、填充題：每格答案必須完全正確才給分，計分方式如附表

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	8	16	24	32	40	48	54	60	66	70	74	78	81	84

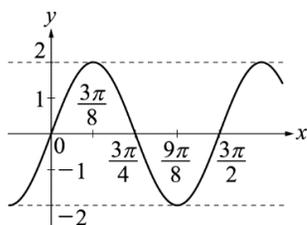
1. 若 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = r \cos(x + \theta)$ ，其中 $r > 0$ 、 $0 < \theta < 2\pi$ ，則數對 $(r, \theta) =$ 【 】。

2. 如圖所示，七個半徑為 1 的圓，相鄰的圓彼此相切，外圍有一繩子緊繞外側六個圓，則陰影部分面積為【 】。



3. 有大小兩圓輪，半徑分別為 1 公尺與 2 公尺，兩輪中心距離為 6 公尺，有一皮帶緊繞此兩輪，使兩輪 反方向 旋轉，則皮帶之長度為【 】公尺。

4. 下圖為函數 $y = a \cos(bx + c)$ (其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $0 < c < 2\pi$) 的部分圖形，求數對 $(a, b, c) =$ 【 】。



5. 設 θ 是第四象限角，且 $\tan \theta = -\frac{5}{12}$ ，則 $\frac{\sec(2\pi - \theta)}{\cot\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)} - \frac{\cos(-\theta)}{\sin(\theta - \pi)}$ 的值為【 】。

6. 方程式 $|\sin x| + \sin x = \frac{x}{5} + \frac{4}{5}$ 的實根個數有【 】個。

7. 求 $\sqrt{3} \csc 20^\circ - \sec 20^\circ$ 的值 = 【 】。

8. 若 $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ ， $f(x) = \cos 2x + 4 \sin x - 1$ 的最大值 M 及最小值 m ，求 $M + m =$ 【 】。

9. 若 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ，函數 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin(x + \frac{\pi}{6}) - 4 \sin x + 3$ 之圖形的最低點坐標為【 】。

10. 若 $x^2 + y^2 = 25$ ，則 $x^2 + 8xy + 7y^2$ 的最大值 M 及最小值 m ，求 $M + m =$ 【 】。

11. 設圖形 $\Gamma: \begin{cases} x = -1 + 2 \cos \theta \\ y = 2 + 2 \sin \theta \end{cases}$ ， $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \pi$ 與直線 $x - y = k$ 恰有兩交點，則實數 k 的範圍為【 】。

12. 設 $A(5,1)$ ， $B(2,4)$ 為兩定點， C 是橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 上的動點，

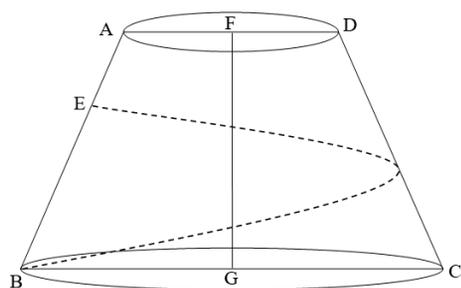
(1) $\triangle ABC$ 面積最大為【 】。

(2) 當 $\triangle ABC$ 面積最大時， C 點坐標為【 】。

13. 如圖所示，為一個直圓錐台，此直圓錐台的截面 $ABCD$ 為等腰梯形，上底圓的直徑 $\overline{AD} = 4$ 公分，下底圓的直徑

$\overline{BC} = 16$ 公分，高為 $\overline{FG} = 12\sqrt{2}$ 公分， E 為 \overline{AB} 上一點， $\overline{AE} = 6$ 公分。現在有一隻螞蟻由 B 出發在側面繞行，經

\overline{CD} 上一點，最後抵達 E 。此螞蟻所行的最短路徑長為【 】公尺。



高雄中學 109 學年度第一學期第二次期中考高三自然組數學科答案卷

班級： 座號： 姓名：

*所有答案請用藍或黑色原字筆按題號依序填入答案卷之答案欄中，否則不予計分

一、多選題：每題所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 3 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1	2

二、填充題：每格答案必須完全正確才給分，計分方式如附表

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	8	16	24	32	40	48	54	60	66	70	74	78	81	84

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12(1)
12(2)	13		

高雄中學 109 學年度第一學期第二次期中考高三自然組數學科答案

班級： 座號： 姓名：

*所有答案請用藍或黑色原字筆按題號依序填入答案卷之答案欄中，否則不予計分

一、多選題：每題所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 3 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1	2
(A)(B)(C)	(D)(E)

二、填充題：每格答案必須完全正確才給分，計分方式如附表

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	8	16	24	32	40	48	54	60	66	70	74	78	81	84

1	2	3	4
$(2, \frac{11}{6}\pi)$	$12 + 6\sqrt{3} - 6\pi$	$6\sqrt{3} + 4\pi$	$(2, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}\pi)$
5	6	7	8
-5	3	4	$-\frac{1}{2}$
9	10	11	12(1)
$(\frac{\pi}{2}, 2)$	200	$-3 - 2\sqrt{2} < k \leq -5$	$\frac{18 + 3\sqrt{13}}{2}$
12(2)	13		
$(\frac{-9}{\sqrt{13}}, \frac{-4}{\sqrt{13}})$	$12\sqrt{7}$		