高雄中學109年度第一學期　期末考　二年級　　　自然組

數 學 科　　　　　　　　　　班別:　　　姓名:　　　　　　座號:

一、 是非題：(30%)

甲. 在空間中，試判斷下列各敘述正確與否？**(正確劃 O，錯誤劃 X)**

(1) 相異三直線 L_1, L_2, L_3。若 L_1，L_2 歪斜且 L_2，L_3 歪斜，則 L_1，L_3 歪斜

(2) 相異三直線 L_1, L_2, L_3 交於一點。若 L_1，L_2 垂直且 L_2，L_3 垂直，則 L_1，L_3 垂直

(3) 相異二平面 E_1, E_2 均與直線 L 垂直，則 E_1, E_2 平行

(4) 相異二直線 L_1, L_2 均與平面 E 垂直，則 L_1, L_2 平行

(5) 相異二直線 L_1, L_2 均與平面 E 平行，則 L_1, L_2 平行

乙. 空間中相異四點 A, B, C, D，其中任三點均不共線，試問滿足下列哪個條件，可使 A, B, C, D 四點共平面？

(正確劃 O，錯誤劃 X)

(1) 存在實數 α, β，使得 $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$

(2) $\left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right) \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

(3) $\left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right) \times \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{O}$

(4) $\left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right) \times \left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}\right) = \overrightarrow{O}$

(5) $\left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right) \cdot \left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}\right) = 0$

丙. 下列何圖形正射影在一平面上可能為正方形？**(可能劃 O，不可能劃 X)**

(1) 正方形

(2) 非正方形之矩形

(3) 非矩形之平行四邊形

(4) 梯形

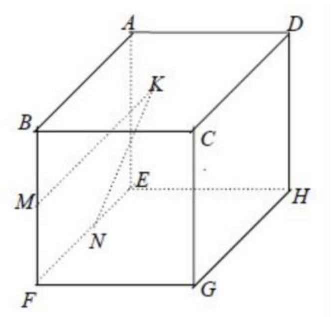
(5) 兩組對邊均不平行的四邊形

二、 填充題：(54%)

1. 試求三階行列式$\begin{vmatrix} 399 & 8 & -407 \\ -288 & 200 & 88 \\ 477 & -400 & -77 \end{vmatrix}$之值。

2. 有一凸n面體，共有m個頂點，k條稜邊，若已知其每面均為三角形且每一頂點均與5個面相接，
試問$n-m+k$之值。

3. 如圖所示，正立方體 $ABCD-EFGH$ 的稜長等於2 (即$\overline{AB}=2$)，
K為正方形 $ABCD$ 的中心，M 、N分別為線段BF 、EF的中點。
試求$\overrightarrow{KM}\cdot\overrightarrow{KN}$之值。



4. 空間直角坐標系上有一三角形，其正射影在xy平面、 yz平面、 zx平面上的圖形面積分別為$3,4,5$平方單位，
試問此三角形的面積為何？

5. 已知一四面體$A-BCD$的體積100立方單位。若點P,Q,R分別為稜$\overline{AB},\overline{AC},\overline{AD}$的中點，
試求四面體$B-PQR$的體積。

6. 設a 、b 、c均為實數，$a^2+b^2+c^2=54$，試問：當數對(a,b,c)為何時？行列式$\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ 有最小值。

7. 空間中三射線$\overrightarrow{OX}$ 、$\overrightarrow{OY}$ 、$\overrightarrow{OZ}$互成60°，若平面OXY與平面OYZ的銳夾角α；射線$\overrightarrow{OX}$與平面OYZ的夾角β。試求 (1) $\cos\alpha$ (2) $\sin\beta$

8. 有一三角形紙板 ABC ，$\overline{AB}=6$ ，$\overline{BC}=10$ ，$\overline{CA}=8$ ，D 是邊 $\overline{BC}$ 的中點。若以 $\overline{AD}$ 摺線，將 ΔABD 往上摺，使其所在平面與 ΔACD 所在平面互相垂直，試求此時 B,C 兩點間的距離？

。

三、 計算證明題：(16%)

1. 空間直角坐標系上一正立方體，其中四個頂點為 $(\sqrt{2},2,0)$ ，$(\sqrt{2},-2,0)$ ，$(-\sqrt{2},0,2)$ ，$(-\sqrt{2},0,-2)$ ，試求此正立方體的另四個頂點坐標。 (8%)

2. 空間中三向量 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{c}$ 。試證：$(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}\cdot(\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{c})$ 。 (8%)

高雄中學 109 年度第一學期 期末考 二年級 自然組

數 學 科　　班別:　　姓名:　　座號:

一、 是非題：(30%)

甲

(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**

乙

(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**

丙

(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**

二、 填充題：(54%)

1	**2**	**3**
4	**5**	**6**
7(1)	**7(2)**	**8**

三、 計算題：(16%)

1.(8%)
2.(8%)

高雄中學 109 年度第一學期　期末考　二年級　　自然組

數 學 科　　　　班別:　　姓名:　　　座號:

四、 是非題：(30%)

甲

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
X	**X**	**O**	**O**	**X**

乙

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
O	**O**	**X**	**O**	**X**

丙

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
O	**O**	**O**	**X**	**X**

五、 填充題：(54%)

1　**0**	**2**　**38**	**3**　**3**
4　$5\sqrt{2}$	**5**　$\frac{25}{2}$	**6**　$(-3,3,-6)$
7(1)　$\frac{1}{3}$	**7(2)**　$\frac{\sqrt{6}}{3}$	**8**　$\frac{2\sqrt{337}}{5}$

六、 計算題：(16%)

1.(8%)　**ANS：** $(\sqrt{2},0,\pm 2)$，$(-\sqrt{2},\pm 2,0)$

2.(8%) 證明：設 $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$、$\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$、$\vec{c}=(c_1,c_2,c_3)$

$$(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=\cdots=\cdots$$

$$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=\cdots=\cdots$$

$$\therefore\ (\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})$$