高雄中學 109 學年度第一學期期末考高三自然組數學科試題

一、是非題：20 分(正確打 O，錯誤打 X，每題 2 分)

1 .設 $z=1-\sin130^\circ+i\cos130^\circ$，判定下列各題的真假：

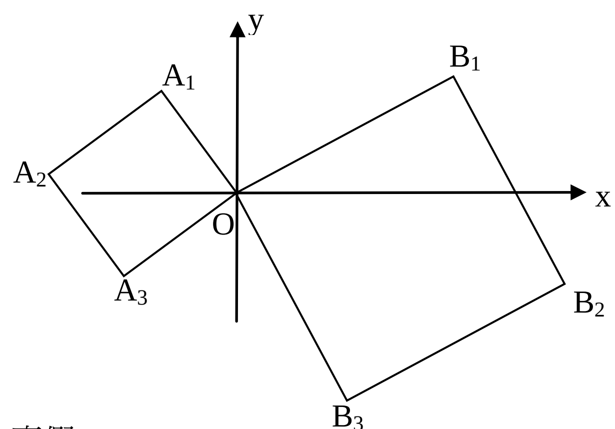
(1) $|z|<1$。

(2) -70° 可為 z 的一個輻角。

(3) $n\in N$，使 $\overline{z^n}=-z^n$ 的最小 n 值為 9。

2. 如圖為複數平面上的兩正方形 $OA_1A_2A_3$、$OB_1B_2B_3$。O 為原點，$A_k(\alpha_k)$，$B_k(\beta_k)$，k=1,2,3。

若已知 $|\alpha_1|=1$ 且 $\dfrac{\alpha_2}{\beta_1}=\dfrac{-\sqrt{3}+i}{2}$，判定下列各題的真假：



(1)正方形 $OA_1A_2A_3$ 面積為正方形 $OB_1B_2B_3$ 面積的一半

(2)$\triangle OA_1B_1$ 面積為 $\dfrac{\sqrt{3}+1}{4}$

(3) $\alpha_1+i\alpha_1=\alpha_2$

3. z 是一個虛數，Arg(z)表 z 的主輻角，判定下列各題的真假：

(1) $\mathrm{Arg}(z)+Arg(\bar{z})=2\pi$

(2) $\mathrm{Arg}(\bar{z})=\mathrm{Arg}(\dfrac{1}{z})$

(3) $\mathrm{Arg}(iz)=\dfrac{\pi}{2}+\mathrm{Arg}(z)$

(4) $\mathrm{Arg}(z^2)=2\mathrm{Arg}(z)$

二、填充題：**(注意：以標準式作答即寫成 a+bi，其中 a、b 為已知實數)**

1. 設 $z=\dfrac{2020}{i}$，將 z 化為極式，並以主輻角作答 ：____________________ 。

2. 圓內接四邊形 ABCD 中，已知 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AD}=2$, $\overline{BD}=3$, $\overline{CD}=1$，試求∠ABC=_____________ 。

3. 設 $\dfrac{(\cos343^\circ+i\sin197^\circ)^6(-\sin203^\circ+i\cos157^\circ)^4}{(\cos320^\circ+i\sin140^\circ)^5}=a+bi$，則實數對(a , b)=__________________ 。

4. 兩複數 z_1，z_2 均在複數平面的第二象限。已知 $\mathrm{Arg}(z_1)=\alpha$，$\mathrm{Arg}(z_2)=\beta$，且 $\sin\alpha=\dfrac{11}{14}$，$\sin\beta=\dfrac{13}{14}$。

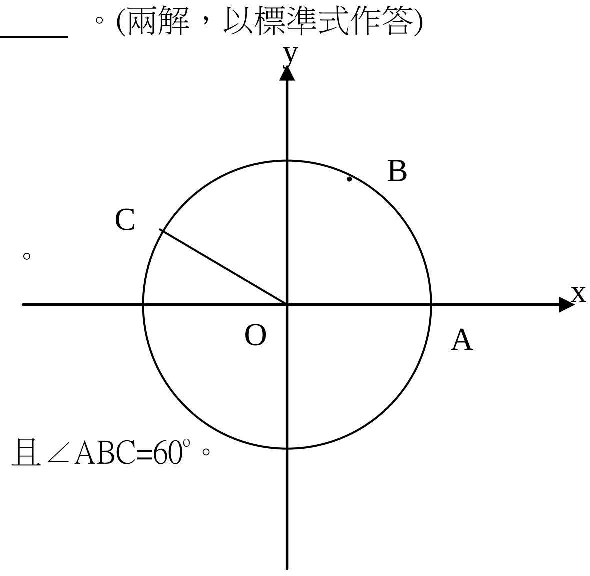
試求 $\mathrm{Arg}(z_1\cdot z_2)$=______________ 。

5. 試求-8i 的六次方根中，在複數平面上所對應的點位於第三象限的根：______________ 。(以標準式作答)

6. 已知 $z_1=-3+4i$，$\frac{z_2}{z_1}=-1+\sqrt{3}i$。複數平面上 O 為原點，A($z_1$)，B($z_2$)，設 $l=\overline{AB}$ 的長，a=△OAB 面積，

試求數對(l ，a)=__________ 。

7. 複數平面上 O 為原點，A(z)，B($\frac{\sqrt{3}+i}{2}$)，$|z|=3$ 且 $\overline{AB}=\sqrt{7}$。試求 z=______________ 。(兩解，以標準式作答)

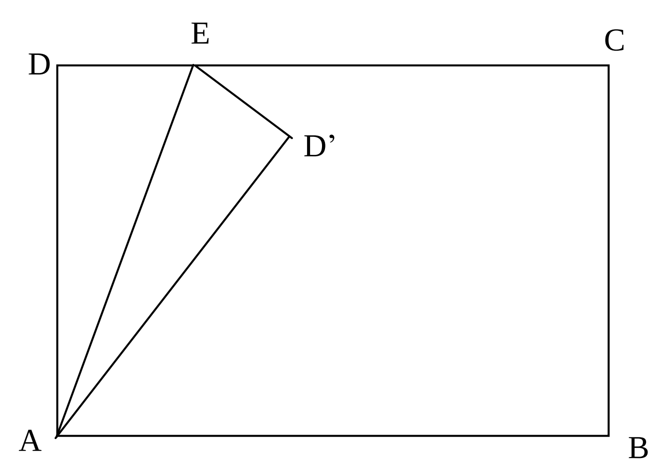


8. 如右圖：單位圓上 A(1,0)、C$(-\frac{12}{13},\frac{5}{13})$，已知 AC=2AB，試求 B 點坐標為_____ 。

9. 在△ABC 中，D 為 $\overline{BC}$ 邊上一點且 $\overline{AD}$ 平分∠BAC。已知△ABD：△ACD=2：3，且∠ABC=60°。

試求 cos∠ACB=_____________ 。

10. 複數 z，已知 $|z+3|=4,|\bar{z}-3|=5$，求 $|z|$=_________ 。



11. 如右圖：矩形 ABCD 中，$\overline{AB}=8,\overline{AD}=6$。將 $\overline{AD}$ 摺到 $\overline{AD'}$，若

已知 D' 到 $\overline{AB}$ 距離為 $\frac{24}{5}$，試求梯形 ABCE 的面積___________ 。

12. 自地平面上一點 P 觀測某大樓樓頂得仰角 22°，以等速度向大樓走 5 分鐘後到達 Q 點，此時測得仰角為 θ。
再以相同速度向大樓走 T 分鐘後到達 R 點，此時測得仰角為 45°。請利用下表求數對(θ ，T)=__________ 。
(θ 四捨五入到分)

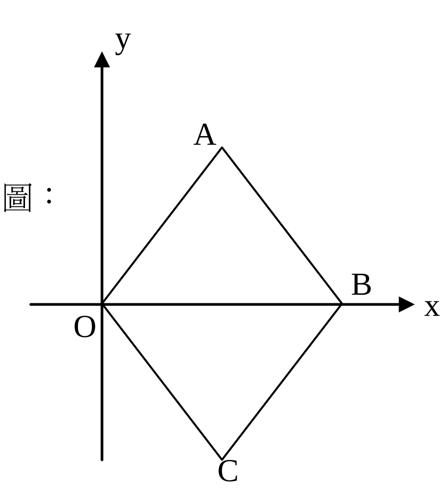
角度 x	22°	26°30'	θ	26°40'
tanx	0.4	0.4986	0.5	0.5022

三、計算題：(請詳列計算過程，否則不計分)

設 f(x)=x^3+ax^2+bx+c 方程式 f(x)=0 三根在複數平面對應的點為 A(α)，B(β)，C(γ)，如圖：

B 點在實軸正向上。若 $|\alpha|=|\beta|=|\gamma|$ 且 $\alpha+\gamma=\beta$，又四邊形 OABC 面積為 $2\sqrt{3}$。

試求：(1)∠AOC。 (2)不等式 f(x)>0 的解。 (3)序數組(a，b，c)。



高雄中學 109 學年度第一學期期末考高三(自然組)數學科

答　案　卷　　　三年____班_____號 姓名：____________

一、是非題：20 分(正確打 O，錯誤打 X，每題 2 分)

1.			**2.**			**3.**			
(1) O	(2) O	(3) O	(1) O	(2) O	(3) O	(1) O	(2) O	(3) X	(4) X

二、填充題:(70 分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	24	32	40	45	50	55	60	65	68	70

1. $2020(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2})$	**2.** 60^{o}	**3.** $(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$
4. 240^{o}	**5.** **-1-i**	**6.** $(5\sqrt{7},\frac{25\sqrt{3}}{2})$
7. **3i or** $\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i$	**8.** $(\frac{1}{\sqrt{26}},\frac{5}{\sqrt{26}})$	**9.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$
10. $\frac{\sqrt{46}}{2}$	**11** **42**	**12.** **(26°34’ , 10)**

三、計算題：(1)2 分 (2)3 分 (3)5 分

(1) 120^{o}

答：**(2) x>2**

(3) (-4,8,-8)