高雄中學 109 學年度第 2 學期 高三第 1 次期中考數學科　試題卷 （社會組）

說明：請作答在答案卷上，須將答案填入正確欄位，否則不予計分。

一、是非題：判斷各題之敘述是否正確，正確請填 ○ ，錯誤請填 ╳ 。每題3分，共24分。

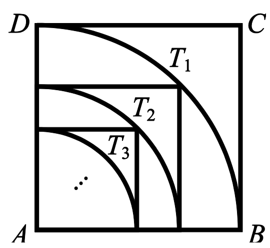
1. 若 $a_n = 2021+\dfrac{(-1)^n}{n}, n\in N$ ，則 $\langle a_n\rangle$ 收斂
2. 若 $a_n = \dfrac{5^{n+1}}{3^{2n}}, n\in N$ ，則 $\langle a_n\rangle$ 收斂
3. 已知 a, b, c, d 為實數，若 $a_n = \dfrac{an^3+bn^2+cn+d}{(n+1)(n^2+1)}, n\in N$ ，則 $\langle a_n\rangle$ 收斂
4. 若 $a_n = \log\dfrac{n+1}{n}, n\in N$ ，則 $\langle a_n\rangle$ 收斂
5. 若 $a_n = \log\dfrac{n+1}{n}, n\in N$ ，令 $S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$ ，則 $\langle S_n\rangle$ 收斂
6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{|x|}$ 不存在
7. $f(x)=\cos(2x)$ 在 $x\in(0,\pi)$ 範圍為遞減函數
8. 若 $f(x)=([x]+\dfrac{1}{2})^2$ ，其中$[x]$表示小於或等於 x 的最大整數，則 $f(x)$在 $x=0$ 處連續

二、填充題：請將答案填入相應題號答案欄內，依下列配分表計分。共 76 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
總得分	*10*	*18*	*26*	*33*	*40*	*46*	*52*	*56*	*60*	*64*	*67*	*70*	*73*	*76*

1. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^3-7x^2-x-12}{x-4}=$ ＿(A)＿

2. 右圖中，$ABCD$為正方形．以 A 為圓心，$\overline{AB}$ 為半徑畫一四分之一圓，設此四分之一圓的面積為T_1．在四分之一圓內畫一個內接正方形，再仿照上面的方式得到一個小的四分之一圓，並設其面積為T_2，以此類推得到數列T_1，T_2，T_3，…．若 $\overline{AB}=10$，則$T_1+T_2+T_3+\cdots=$ ＿(B)＿



3. 設 $f(x)=2|x-1|+|x-2|-2x$，$x\in R$，則 $f(x)$的最小值為＿(C)＿

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{(2n+1)(2n+3)}=$ ＿(D)＿

5. 對於$n\in N$ ，定義 $a_n=\dfrac{1}{n^3}-\dfrac{1}{(n+1)^3}$ ，$S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}a_n$ ，若$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=L$ ，則滿足$|S_n-L|<10^{-6}$的最小正整數 n 為 ＿(E)＿ 。

6. 設某產品的需求量函數 $D(p)=20+\dfrac{100}{p}$，供給量函數 $S(p)=p^2-2p+10$，其中 p 為價格，$p>0$。當 $D(p)=S(p)$ 時，稱此時的價格 p 為平衡價格。已知此產品的平衡價格為 p_0 且 $n<p_0<n+1$，n 為某個正整數，則 $n=$ ___(F)___

7. a,b 為實數，已知函數 $f(x)=\begin{cases}(x-4)^2+2, & 當\ x\ge 2\\ a\cdot 3^x+b, & 當\ 0\le x<2\\ 6\cos(x-\dfrac{2\pi}{3})-7, & 當\ x<0\end{cases}$ 在整個實數範圍為連續函數，則 $f(1)=$ ___(G)___

8. a 為實數，$f(x)=\dfrac{ax+1}{2x+3}$，若 $f(f(x))=x$ 對定義域中的每個實數 x 都成立，則 $a=$ ___(H)___

9. 已知 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^3-1}-\sqrt{ax+b}}{(x-1)\cdot\sqrt{x-1}}=c$，其中 a , b , c 為實數，則 $a+b+c=$ ___(I)___

10. 直角三角形 OAB 中，$\overline{OA}=5$，$\overline{OB}=3$，$\angle B=90^\circ$，一個質點由 A 出發，直線移動至 B，接著由 B 出發，以最短路徑方式移動至 $\overline{OA}$ 上的點 A_1(即 $\overline{BA_1}\perp\overline{OA}$)，再由 A_1 出發，以最短路徑方式移動至 $\overline{OB}$ 上的點 B_1，依此類推不斷移動：由 A_n 出發，以最短路徑方式移動至 $\overline{OB}$ 上的點 B_n；由 B_n 出發，以最短路徑方式移動至 $\overline{OA}$ 上的點 A_{n+1} $(n\in N)$。則此質點移動的路徑長度總和 $\overline{AB}+\overline{BA_1}+\overline{A_1B_1}+\overline{B_1A_2}+\cdots+\overline{A_nB_n}+\overline{B_nA_{n+1}}+\cdots=$ ___(J)___

11. 對於實數 t，定義點 P_t 坐標：當 $t\neq 0$ 時，$P_t(\dfrac{\sin 2t}{t},t\cdot\sin\dfrac{1}{2t})$；當 $t=0$ 時，$P_0(1,1)$。求 $\lim\limits_{t\to 0}P_t$ 之坐標？ ___(K)___

12. 數列 $\langle a_n\rangle$ 定義為：$\begin{cases}a_1=1\\ a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2a_n+1}\end{cases}, n\in N$，則 $\lim\limits_{n\to\infty}n\cdot a_n=$ ___(L)___

13. 兩人進行剪刀石頭布猜拳遊戲，兩人皆隨機出拳，若分出勝負則遊戲結束，若平手則須進行下一次猜拳。設遊戲結束時總猜拳次數為 X，則 X 的期望值為 ___(M)___

14. 首項為 1、公比為 x 的等比數列$(x>0)$，其前 n 項的和記為 $S_n(x)$，令 $T_n(x)=\dfrac{S_n(x)}{S_{n+2}(x)}$，$P(x)=\lim\limits_{n\to\infty}T_n(x)$，則 $P(0.5)+P(1)+P(1.5)=$ ___(N)___ (化成最簡分數)

高雄中學 109 學年度第 2 學期 高三第 1 次期中考數學科　答案卷 （社會組）

得　　　　分

班級：3 年______班　　座號：______　　姓名：______________

一、是非題：判斷各題敘述是否正確，正確請填 ○ ，錯誤請填 ╳ 。每題3分，共24分。

1.		2.		3.		4.	
5.		6.		7.		8.	

二、填充題：請將答案填入相應題號答案欄內，依下列配分表計分。共 76 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
總得分	*10*	*18*	*26*	*33*	*40*	*46*	*52*	*56*	*60*	*64*	*67*	*70*	*73*	*76*

(A)		(B)		(C)		(D)	
(E)		(F)		(G)		(H)	
(I)		(J)		(K)		(L)	
(M)		(N)					

To：＿＿＿＿＿＿ 師，請指正。

高雄中學 109 學年度第 2 學期 高三第 1 次期中考數學科（社會組） <<參考解答>>

一、是非題：判斷各題敘述是否正確，正確請填 ○ ，錯誤請填 ╳ 。每題3分，共24分。

1.	○	2.	○	3.	○	4.	○
5.	╳	6.	╳	7.	╳	8.	○

二、填充題：每題完全答對才給分，依下列配分表計分。共 73 分。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
總得分	*10*	*18*	*26*	*33*	*40*	*46*	*52*	*56*	*60*	*64*	*67*	*70*	*73*	*76*

(A)	**39**	(B)	50π	(C)	-2	(D)	$\frac{1}{6}$
(E)	**100**	(F)	**6**	(G)	-6	(H)	-3
(I)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	(J)	**10**	(K)	$(2,0)$	(L)	$\frac{1}{2}$
(M)	$\frac{3}{2}$	(N)	$\frac{22}{9}$				