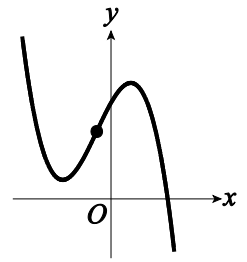


高雄中學 110 學年度上學期期末考高三社會組數學科試題
請將答案填寫到答案卷上

一、多重選擇題

(每題至少有一正確，每題全對給 6 分，只錯一個 3 分，錯二個(含)以上或不作答 0 分)

1. 右圖為三次函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形，其中黑點為反曲點。



選出正確的選項。

(1) $a < 0$ (2) $b > 0$ (3) $c < 0$ (4) $d < 0$ (5) $b^2 - 3ac \geq 0$ 。

2. 已知一個 n 次實係數多項式 $f(x)$ 滿足下列性質：

當 $x < 0$ 時， $f'(x) < 0$ 且 $f''(x) > 0$ ；當 $0 < x < 1$ 時， $f'(x) < 0$ 且 $f''(x) < 0$ ；

當 $1 < x < 4$ 時， $f'(x) < 0$ 且 $f''(x) > 0$ ；當 $x > 4$ 時， $f'(x) > 0$ 且 $f''(x) > 0$ 。

請選出正確的選項。

(1) $f'(2) < f'(3)$ (2) $f(x)$ 在 $x=4$ 時有最小值 (3) $f(x)$ 的圖形只有一個反曲點

(4) n 可能為 3 (5) $f(x)$ 的最高次項係數必為正。

3. 設 A, B 為兩事件且 $P(A) = \frac{2}{5}$ ， $P(B') = \frac{5}{7}$ ， $P(A \cup B) = \frac{18}{35}$ ，則下列選項何者正確？

(1) $P(A \cap B) = \frac{6}{35}$ (2) $P(A|B) = \frac{2}{5}$ (3) $P(B|A) = \frac{3}{7}$ (4) $P(A|B') = \frac{8}{25}$

(5) $P(A'|B') = \frac{8}{25}$ 。

4. A, B, C 為 2 階方陣， I 為 2 階單位方陣，判斷下列關係哪些正確？

(1) 若 $\det(A) \neq 0$ 且 $AB=AC$ ，則 $B=C$ (2) 若 $AB=AC$ 且 $B=C$ ，則 $\det(A) \neq 0$

(3) 若 AB 是轉移方陣，則 A, B 也都是轉移方陣

(4) 若 A, B 都是轉移方陣，則 $\frac{1}{2}(A+B)B$ 也是轉移方陣

(5) 若 $A-B$ 有反方陣，則 $(A-B)^{-1}(B-A) = -I$ 。

5. 投擲一公正的骰子，考慮下列三個事件： A ：出現奇數點， B ：出現偶數點，

C ：出現 1 點或 2 點，則下列選項何者正確？ (1) $P(A|B) = 0$ (2) $P(A|C) = \frac{1}{2}$

(3) A, B 是互斥事件 (4) A, C 是獨立事件 (5) B, C 是相關事件。

二、填充題

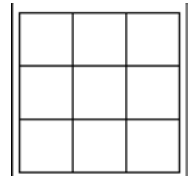
1. 已知三次函數 $f(x) = x^3 + 2kx^2 + 3x + 5$ 恆為遞增函數，求實數 k 的範圍 = _____。

2. 已知三次函數 $f(x) = ax^3 - 3x^2 + (a+2)x - 7$ 沒有極值，求實數 a 的範圍 = _____。

3. 已知在函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ 的圖形上，以點 $(1, 4)$ 為切點的切線斜率為 -3 ，
求若 $a+b=p$ ， $f(x)$ 的極大值為 q ， $f(x)$ 的極小值為 r ，則 $(p, q, r) =$ _____

4. 已知三次函數 $f(x)$ 在 $x = -1$ 處有極大值 7，且 $(1, -9)$ 是 $f(x)$ 圖形的反曲點，求 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 設拋物線 $y = 4 - x^2$ 交 x 軸於 A 、 B 兩點，平行 x 軸且在 x 軸上方的直線與拋物線交於 C 、 D 兩點，求梯形 $ABCD$ 之最大面積 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 公告欄上有一個九宮格，如圖所示，欲將 1 到 9 等 9 個整數填入九宮格內（每個數字只用一次），若 1 和 8 不相鄰，1 和 9 也不相鄰，則有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種填法。



7. 有一特殊的 5 位數密碼鎖，其密碼都是 1 到 8 的相異數字，而且只要超過一半位置的數字正確，鎖就會打開（例如：密碼為 12345，則 12368，62745 都可以打開，但是 21354 則無法打開）。現已知輸入的密碼數字皆相異，則打開鎖的方法有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種。

8. 多項式 $x^{100} + 2$ 除以 $(x-1)^2$ 之餘式 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

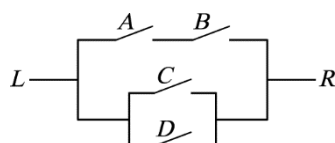
9. 用 5 種不同的顏料給圖塗色，每個字母都要塗，顏色可重複使用，但須滿足以下兩個條件：



- (一) 相鄰字母不可同色。
 (二) 同樣的字母同色。則有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種不同的塗色方法。

10. 某疾病可分為兩種類型：第一類占 70%，可藉由藥物 A 治療，其每一次療程的成功率為 70%，且每一次療程的成功與否互相獨立；其餘為第二類，藥物 A 治療方式完全無效。在不知道患者所患此疾病的類型，且用藥物 A 第一次療程失敗的情況下，進行第二次療程成功的條件機率 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 小雄設計了一個水道路線如圖，路線中有 4 個開關，設每個開關水流不過的機率皆為 $\frac{2}{3}$ ，且各開關操作獨立，求水流從左端 L 流到右端 R 的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



12. 令 A 為二階方陣，滿足 $A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$ ，

若矩陣 $A^8 = \begin{bmatrix} x & y \\ z & u \end{bmatrix}$ ，求 $x - y + z - u =$ _____。

13. 設 $\begin{cases} a_{n+1} = a_n - b_n \\ b_{n+1} = a_n + b_n \end{cases}$ ，其中 $n = 0, 1, 2, \dots$ ，

若二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $\begin{bmatrix} a_{n+12} \\ b_{n+12} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$ ，其中 $n = 0, 1, 2, \dots$ ，

則 $a + b + c + d =$ _____。

14. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ， $P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $A^3 - 5A^2 + 5A - 3I =$ _____。

15. 假設某國每對夫妻的每一胎生出男性與女性的機率相等，而政府調查所有夫妻，發現有 5% 的夫妻沒有小孩，30% 的夫妻僅有一個小孩，40% 的夫妻恰有兩個小孩，10% 的夫妻恰有三個小孩，15% 的夫妻有四個小孩以上，任選一對夫妻，則他們共有一個女兒及兩個兒子的機率 = _____。

16. 若線性變換矩陣 A 將點 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 變換到點 $\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ ，將點 $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 變換到點 $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ ，

試求矩陣 $A =$ _____。

17. 求 $\frac{|3x+2y|}{5} + \frac{|3x-4y|}{4} = 1$ 之區域面積 = _____。

高雄中學 110 學年度上學期期末考高三社會組數學科試題答案卷

班級：3 年_____班 座號：_____ 姓名：_____

一、 多重選擇題

(每題至少有一正確，每題全對給 6 分，只錯一個 3 分，錯二個(含)以上或不作答 0 分)

1	2	3	4	5

二、 填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
分數	7	14	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55	58	61	64	67	70

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	

三、 多重選擇題

(每題至少有一正確，每題全對給 6 分，只錯一個 3 分，錯二個(含)以上或不作答 0 分)

1	2	3	4	5
(1)(5)	(1)(2)(5)	(1)(3)(4)	(1)(4)(5)	(1)(2)(3)(4)

四、 填充題

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
分數	7	14	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55	58	61	64	67	70

1	2	3	4	5	6
$-\frac{3}{2} \leq k \leq \frac{3}{2}$	$a \geq 1$ 或 $a \leq -3$	(3,6,2)	$x^3 - 3x^2 - 9x + 2$	$\frac{256}{27}$	152640
7	8	9	10	11	12
146	$100x - 97$	1040	$\frac{49}{170}$	$\frac{49}{81}$	420
13	14	15	16	17	
-128	$\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$	$\frac{3}{80}$	$\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$	$\frac{20}{9}$	