

110 學年度高雄中學第一學期數學科高二社會組第一次期中考題目卷

第一部分：複選題

1. 試問下列哪些選項中的敘述哪些正確？(9-2 例題 13、類題 13)

(1) $2\sin(3x+\pi)+4$ 是週期函數，且其週期為 $\frac{2\pi}{3}$ 。

(2) $|\sin x|$ 是週期函數，且其週期為 2π 。

(3) $\sin|x|$ 是週期函數，且其週期為 2π 。

(4) $\sin x + \cos x$ 是週期函數，且其週期為 2π 。

(5) $|\sin x| + \cos x$ 是週期函數，且其週期為 2π 。

2. 考慮函數 $f(x) = \frac{1}{2}\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}\left|\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right|$ ，則試問下列哪些選項中的敘述哪些正確？

(9-2 例題 12、習題 16)

(1) $f(-x) = f(x)$ 對所有實數 x 都對

(2) $f(x)$ 的最大值為 $\sqrt{2}$

(3) $f(x)$ 的最小值為 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(4) $f(x)$ 的週期為 4π

(5) $y = f(x)$ 的圖形對稱於 $x = \pi$

第二部分：填充題

3. 試求： $\cos 18^\circ \sin 168^\circ - \sin 342^\circ \sin 438^\circ =$ _____ (9-1 例題 1)

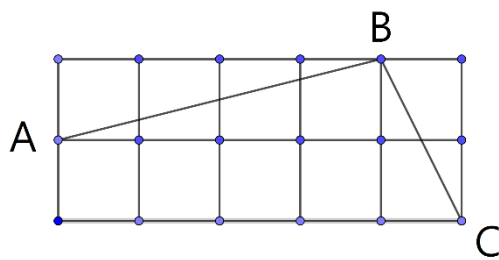
4. 若 $\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta = r\cos(\theta - \alpha)$ ，其中 $r > 0$ 、 $0 < \alpha < 2\pi$ ，試求數對 $(r, \alpha) =$ _____ (9-3 例題 1)

5. 試求點 $P(\cos(\pi^2), \csc 4 \cdot \tan 5)$ 在第 _____ 象限 (9-2 習題 3、習題 19)

6. 化簡 $\frac{\sin \theta - \sin \theta \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2}}{2 \cos \theta \cdot \tan \frac{\theta}{2}} + \frac{\cos \left(\frac{3\pi}{2} + \theta \right)}{\cos \left(\frac{3\pi}{2} - \theta \right)} + \frac{2 \cos^2 \theta - 2}{\cos 2\theta - 1} + \frac{\sin(\pi - \theta) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{2} - 2\theta \right)} =$ _____ (9-2 例題 4)

7. 假設 $a, b > 0$, $0 < c < \pi$, 若 $y = a \sin(bx + c) + d$ 的週期為 $\frac{\pi}{2}$; 當 $x = \frac{\pi}{12}$ 時, y 有最大值 5; 當 $x = \frac{\pi}{3}$ 時, y 有最小值 -1。則試求序組 $(a, b, c, d) =$ _____ (9-2 習題 23)

8. 下圖為十個邊長為 1 小正方形所排成的矩形, 試求: $\tan \angle ABC =$ _____ (9-1 類題 5)



9. 試求 $3 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2} x$ 的實根個數有 _____ 個 (9-2 例題 11)

10. 試求 $f(t) = 4 \sin^2 t - 5 \cos^2(2t)$ 的最大值 = _____ (9-1 例題 16)

11. 假設 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$, 若 $2 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x + 6 \cos^2 x$ 的最大值為 M , 且發生最大值的時候的 $\tan x = T$, 則試求數對 $(M, T) =$ _____ (9-3 例題 2、類題 5)

12. 假設 x 為實數, 若 $f(x) = (2 + \sin x)(2 - \cos x)$ 的最大值、最小值分別為 M, m , 試求數對 $(M, m) =$ _____ (9-3 習題 5)

13. 波希拉有一天在一個山腳下的筆直道路上散步, 在道路的盡頭是一個垂直的山壁, 山壁上有一座雄偉的石雕。石雕的最底處離地面有 24 公尺, 而石雕本身高達 72 公尺。因為波希拉的身高相對於石雕而言很小, 因此可以忽略不計, 可以假設其眼睛位於地平面。如果波希拉站在離山壁底處 x 公尺處, 觀看石雕有最大視角 θ , 試問數對 $(x, \tan \theta) =$ _____ (9-1 習題 5B)

14. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \frac{\pi}{6}$ 、 $\angle B = \frac{\pi}{4}$ 。如果小波和小安兩個人分別從 A, B 兩點出發，各自等速率直線朝 $\triangle ABC$ 的內心 I 走去，並且在同一時間抵達。若小波的行走速度是小安的 $\sqrt{a+b\sqrt{2}+c\sqrt{3}+d\sqrt{6}}$ 倍，則試求序組 $(a, b, c, d) =$ _____

15. K100 公司要在 A, B 兩地的連線上一處 C 地建一座水塔，假設塔頂為點 D (塔底為點 C)。已知 $\overline{AC} = 28$ 、 $\overline{BC} = 64$ 。假設 A, B, C 在同一水平面上，從 A 和 B 看 D 的仰角分別為 α 和 β ， $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 。若 K100 希望 $\alpha \geq 2\beta$ ，則 \overline{CD} 的長度最多為 _____ 公尺

第三部分：綜合題(必須清楚寫下計算或論證過程，否則不予計分)

16. 在半徑為 1，中心角為 $\frac{\pi}{4}$ 之扇形 AOB 的弧 AB 上取一點 P (P 不與 A, B 任一點重合)，以及 \overline{OA} 上取兩點 Q, R ， \overline{OB} 上取一點 S ，使得四邊形 $PQRS$ 形成一個長方形，則：(9-3 習題 6B)

(1) 若 $\angle POB = \theta$ ，請以 θ 表示長方形 $PQRS$ 的面積 = _____，以及 θ 的範圍 _____

(2) 試求長方形 $PQRS$ 的面積的最大值 = _____

110 學年度高雄中學第一學期數學科高二社會組第一次期中考答案卷

班級： 座號： 姓名： 得分：

【說明】：答案務必用黑色或藍色原子筆清楚寫在「答案區」上正確題號之空格內，違者不予計分。此外，建議同學先挑選有把握的題目作答，以利得分。

第一部分：複選題(每題 10 分，每個選項獨立計分，各 2 分。整題不作答者 0 分計。此部分共 20 分)

1.	145	2.	34
----	-----	----	----

第二部分：填充題(依照以下量尺計分，每格皆須完全正確才給分)

題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
分數	8	16	23	30	36	42	47	52	56	59	62	65	67

3.	$\frac{1}{2}$	4.	$\left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$	5.	第二象限	6.	$\frac{3}{2}$
7.	$\left(3, 4, \frac{\pi}{6}, 2\right)$	8.	$-\frac{9}{2}$	9.	3	10.	$\frac{11}{5}$
11.	$(4+2\sqrt{2}, \sqrt{2}-1)$	12.	$\left(\frac{9+4\sqrt{2}}{2}, \frac{9-4\sqrt{2}}{2}\right)$	13.	$\left(\frac{3}{4}, 48\right)$	14.	$(4, -2, -2, 1)$
15.	$16\sqrt{2}$						

第三部分：綜合題(第 1 小題第一格 4 分，第二格 1 分，第 2 小題 8 分，此部分共 13 分。此部分必須清楚寫下計算或論證過程，並標清題號，否則不予計分)

16.
(1)面積： $\sin\theta(\cos\theta - \sin\theta)$ ；範圍： $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$
(2)最大值 = $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$