

【注意】：(1)將答案用原子筆寫在答案卷上，只繳交答案卷即可。

(2)不得使用計算紙及計算機，請利用空白處計算。

一 填充題：50% (每格 5 分)

1. 已知無窮數列 $\langle (x^2 - x - 1)^n \rangle$ 為收斂數列，求 x 的範圍。

2. 求下列各極限：(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 1}{2n^3 + 3n}$ 。 (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 100}{4n^2 + 1}$ 。 (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 4^n}{4^{n+1} - 5^n}$ 。

3. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2}{n^3}$ 的值。

4. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 - 3bn + 3}{2n - 1} = 3$ ， a 與 b 為常數，求 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 已知一無窮等比級數的和為 $\frac{9}{2}$ ，第二項為 -2 ，設首項 a ，公比 r ，求 $(a, r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 求 $\frac{1}{3} + \frac{3}{9} + \frac{7}{27} + \dots + \frac{2^n - 1}{3^n} + \dots$ 的值。

7. 已知無窮級數 $(3x - 5) + (3x - 5)^2 + (3x - 5)^3 + \dots + (3x - 5)^n + \dots$ 為收斂數列，求 x 的範圍。

8. 已知無窮數列 $\langle a_n \rangle$ 中的每一項 a_n 都滿足 $2n + 3 < na_n < 2n + 5$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 的值。

二 綜合題：50% (每格 5 分)

1. 在坐標平面上，下列五組條件中，哪幾組恰可決定一圓？
(1) 過三點 $(1, -3)$, $(2, 6)$, $(4, 24)$
(2) 以 $(1, 0)$ 與 $(3, 4)$ 為一直徑的兩端點
(3) 過四點 $(1, 0)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(0, 1)$ 與 $(0, -1)$
(4) 圓心為 $(-1, 2)$ 且 x 軸與 y 軸都相切。
(5) 與直線 $x+y-1=0$, x 軸及 y 軸都相切。 (多選題, 全對才給分)
2. 考慮坐標平面上以 $O(0,0)$ 、 $A(3,0)$ 、 $B(0,4)$ 為頂點的三角形，令 C_1 、 C_2 分別為 $\triangle OAB$ 的外接圓、內切圓。請問下列哪些選項是正確的？
(1) C_1 的半徑為 2
(2) C_1 的圓心在直線 $y=x$ 上
(3) C_1 的圓心在直線 $4x+3y=12$ 上
(4) C_2 的圓心在直線 $y=x$ 上
(5) C_2 的圓心在直線 $4x+3y=6$ 上 (多選題, 全對才給分)
3. 關於指數函數或對數函數圖形的敘述，下列哪些選項是正確的？
(1) $y=2010^x$ 的圖形恆在 $y=99^x$ 的上方
(2) $y=\log_{99} x$ 與 $y=99^x$ 兩函數的圖形對稱於直線 $y=x$
(3) $y=\log_{99} x$ 與 $y=\log_{\frac{1}{99}} x$ 兩函數的圖形對稱於 x 軸
(4) $y=\log_{2010}(x^2-10x+33)$ 的圖形與 x 軸相交 (多選題, 全對才給分)
4. 設 (π, r) 為函數 $y=\log_2 x$ 圖形上之一點，其中 π 為圓周率， r 為一實數。請問下列哪些選項是正確的？
(1) (r, π) 為函數 $y=2^x$ 圖形上之一點
(2) $(-r, \pi)$ 為函數 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 圖形上之一點
(3) $\left(\frac{1}{\pi}, r\right)$ 為函數 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 圖形上之一點
(4) $(r, 2\pi)$ 為函數 $y=4^x$ 圖形上之一點 (多選題, 全對才給分)
5. 設 a, b 為實數。已知坐標平面上滿足聯立不等式
$$\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x+y \leq 6 \\ 2x-y \geq 0 \\ y \geq ax-b \end{cases}$$
 的區域是一個菱形。
(1) 此菱形之邊長為_____。(2) 數對 $(a, b)=$ _____。
6. 設 $A(2, -1)$, $B(-1, 3)$, P 在直線 $L: x-y+2=0$ 上, (1) 當 P 坐標為_____時,
(2) $|\overline{PA} - \overline{PB}|$ 有最大值_____。
7. 已知 10 筆資料 (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, 10$, 其中 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 450$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 1300$, $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 21250$,
 $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 171250$, $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 59100$, 試求: (1) x 與 y 的相關係數 $r=$ _____,
(2) y 對 x 的迴歸直線為_____。