

【注意】：(1)將答案用原子筆寫在答案卷上，只繳交答案卷即可。

(2)不得使用計算紙及計算機，請利用空白處計算。

一 填充題：50% (每格 5 分)

1. 已知無窮數列  $\langle (x^2 - x - 1)^n \rangle$  為收斂數列，求  $x$  的範圍。

2. 求下列各極限：(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 2n + 1}{2n^3 + 3n}$ 。 (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 100}{4n^2 + 1}$ 。 (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 4^n}{4^{n+1} - 5^n}$ 。

3. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2}{n^3}$  的值。

4. 已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 - 3bn + 3}{2n - 1} = 3$ ， $a$  與  $b$  為常數，求  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 已知一無窮等比級數的和為  $\frac{9}{2}$ ，第二項為  $-2$ ，設首項  $a$ ，公比  $r$ ，求  $(a, r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 求  $\frac{1}{3} + \frac{3}{9} + \frac{7}{27} + \dots + \frac{2^n - 1}{3^n} + \dots$  的值。

7. 已知無窮級數  $(3x - 5) + (3x - 5)^2 + (3x - 5)^3 + \dots + (3x - 5)^n + \dots$  為收斂數列，求  $x$  的範圍。

8. 已知無窮數列  $\langle a_n \rangle$  中的每一項  $a_n$  都滿足  $2n + 3 < na_n < 2n + 5$ ，求  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  的值。

二 綜合題：50% (每格 5 分)

1. 在坐標平面上，下列五組條件中，哪幾組恰可決定一圓？  
(1) 過三點  $(1, -3)$ ,  $(2, 6)$ ,  $(4, 24)$   
(2) 以  $(1, 0)$  與  $(3, 4)$  為一直徑的兩端點  
(3) 過四點  $(1, 0)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(0, 1)$  與  $(0, -1)$   
(4) 圓心為  $(-1, 2)$  且  $x$  軸與  $y$  軸都相切。  
(5) 與直線  $x+y-1=0$ ,  $x$  軸及  $y$  軸都相切。 (多選題, 全對才給分)
2. 考慮坐標平面上以  $O(0,0)$ 、 $A(3,0)$ 、 $B(0,4)$  為頂點的三角形，令  $C_1$ 、 $C_2$  分別為  $\triangle OAB$  的外接圓、內切圓。請問下列哪些選項是正確的？  
(1)  $C_1$  的半徑為 2  
(2)  $C_1$  的圓心在直線  $y=x$  上  
(3)  $C_1$  的圓心在直線  $4x+3y=12$  上  
(4)  $C_2$  的圓心在直線  $y=x$  上  
(5)  $C_2$  的圓心在直線  $4x+3y=6$  上 (多選題, 全對才給分)
3. 關於指數函數或對數函數圖形的敘述，下列哪些選項是正確的？  
(1)  $y=2010^x$  的圖形恆在  $y=99^x$  的上方  
(2)  $y=\log_{99} x$  與  $y=99^x$  兩函數的圖形對稱於直線  $y=x$   
(3)  $y=\log_{99} x$  與  $y=\log_{\frac{1}{99}} x$  兩函數的圖形對稱於  $x$  軸  
(4)  $y=\log_{2010}(x^2-10x+33)$  的圖形與  $x$  軸相交 (多選題, 全對才給分)
4. 設  $(\pi, r)$  為函數  $y=\log_2 x$  圖形上之一點，其中  $\pi$  為圓周率， $r$  為一實數。請問下列哪些選項是正確的？  
(1)  $(r, \pi)$  為函數  $y=2^x$  圖形上之一點  
(2)  $(-r, \pi)$  為函數  $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$  圖形上之一點  
(3)  $\left(\frac{1}{\pi}, r\right)$  為函數  $y=\log_{\frac{1}{2}} x$  圖形上之一點  
(4)  $(r, 2\pi)$  為函數  $y=4^x$  圖形上之一點 (多選題, 全對才給分)
5. 設  $a, b$  為實數。已知坐標平面上滿足聯立不等式 
$$\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x+y \leq 6 \\ 2x-y \geq 0 \\ y \geq ax-b \end{cases}$$
 的區域是一個菱形。  
(1) 此菱形之邊長為\_\_\_\_\_。(2) 數對  $(a, b)=$ \_\_\_\_\_。
6. 設  $A(2, -1)$ ,  $B(-1, 3)$ ,  $P$  在直線  $L: x-y+2=0$  上, (1) 當  $P$  坐標為\_\_\_\_\_時,  
(2)  $|\overline{PA} - \overline{PB}|$  有最大值\_\_\_\_\_。
7. 已知 10 筆資料  $(x_i, y_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, 10$ , 其中  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 450$ ,  $\sum_{i=1}^{10} y_i = 1300$ ,  $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 21250$ ,  
 $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 171250$ ,  $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 59100$ , 試求: (1)  $x$  與  $y$  的相關係數  $r=$ \_\_\_\_\_,  
(2)  $y$  對  $x$  的迴歸直線為\_\_\_\_\_。