

高雄中學 110 學年度第一學期第二次期中考高三 19~21 組數學科試題

※ 作答須使用黑色或藍色的原子筆書寫，除作圖外不得使用鉛筆。

※ 考題中，第 1.3.4.5.11.12 為進度(占 50%)，第 2.6.7.8.9.10.13 為複習(占 50%)。

一、單選題 (占 14 分)

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請將正確選項依照題號填入答案卷之『指定答案欄』當中。每題答對者得 7 分；答錯、未作答或填入多於 1 個選項者該題以零分計算。

1. 下列選項中，哪一個是正確的？

- (1) 若 $f(x) = e^{2021}$ ，則 $f'(x) = 2021e^{2020}$
- (2) 若 $g(x) = x^{1201}$ ，則 $g'(x) = 1201x$
- (3) 若 $h(x) = (3x+1)^2$ ，則 $h'(x) = 2(3x+1)$
- (4) 若 $k(x) = (4x^3 + 12) + (-3x^3 + 6x^2)$ ，則 $k'(x) = (12x^2 + 0) + (-9x^2 + 12x)$
- (5) 若 $p(x) = 4(x^3 - 2x^2)$ ，則 $p'(x) = 0(3x^2 - 4x) = 0$

2. 正八面體 $ABCDEF$ 是由 8 個正三角形組成的立體圖形，考慮該正八面體的 12 個稜，一共可以找出幾對稜其所在的直線彼此互為歪斜線？

- (1) 12 (2) 24 (3) 36 (4) 48 (5) 60

二、填充題 (占 56 分)

說明：第 3 至 10 題，請將正確答案依照題號填入答案卷之『指定答案欄』當中。

3. 已知 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2021}x$ ， $f''(x)$ 為 $f(x)$ 的二階導函數，則 $2^{f''(0)} + 2^{f''(1)} + 2^{f''(2)} + \dots + 2^{f''(5)} = ?$ (答案請化簡加總或乘開)

4. 已知 $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{(x^3 - 8)f(x)}{x - 2} - (3x - 10)f(x) \right) = 64$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = ?$

5. 在函數 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 5$ 圖形上所有的切線當中，斜率最大的切線方程式為何？(請化簡為斜截式回答)

四、多選題（占 16 分）

說明：第 12 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項依照題號填入答案卷之『指定答案欄』當中。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

12. 已知 $f(x) = x^2 - 4x$ 、 $g(x) = |x|$ 。若函數 $h = f \circ g$ ，試選出正確的選項。

(1) $h(-4) = h(0) = h(4)$

(2) 函數 $h(x)$ 在 $x = 0$ 處的極限值存在且該極限值為 0

(3) 函數 $h(x)$ 在 $x = -2$ 處的導數存在且該導數值為 0

(4) $\frac{h(-2) - h(0)}{-2 - 0} = 4$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{h(x) - h(0)}{x - 0} = 4$

13. 已知正四面體 $ABCD$ 的中心點為 G ， \overline{CD} 的中點為 M 。試問下列哪些選項是正確的？

(1) $\sin \angle ABC = \frac{1}{2}$

(2) $\sin \angle BMD = 1$

(3) $\sin \angle AMB = \frac{1}{3}$

(4) $\sin \angle MAB = \sqrt{\frac{2}{3}}$

(5) $\sin \angle AGB = \frac{1}{3}$

高雄中學 110 學年度第一學期第二次期中考高三 19~21 組數學科試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題（占 14 分）

1. (4)	2. (2)
-----------	-----------

二、填充題（占 56 分）

3. 1365	4. 4	5. $y = 12x + 4$	6. $\frac{\sqrt{21}}{21}$
7. $2\sqrt{2} + 1$	8. $\frac{25}{6}$	9. $4\sqrt{2}$	10. $2\sqrt{6}$

三、計算證明題（占 14 分）

11.

已知 $f(x) = -x^2(x^2 - 9)$ 、 $g(x) = \cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ 。

(1) $h(x) = g \circ f(x) = \cos \frac{1}{\sqrt{-x^2(x^2 - 9)}}$
 $\Rightarrow -x^2(x^2 - 9) > 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 9) < 0 \Rightarrow -3 < x < 0$ 或 $0 < x < 3$
 函數 $h(x)$ 的定義域為 $\Rightarrow \{x \mid -3 < x < 0$ 或 $0 < x < 3\} = (-3, 0) \cup (0, 3)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 h(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{\sqrt{-x^2(x^2 - 9)}}$?
 $\because -1 < \cos \frac{1}{\sqrt{-x^2(x^2 - 9)}} < 1 \quad \therefore -x^2 < x^2 \cos \frac{1}{\sqrt{-x^2(x^2 - 9)}} < x^2$
 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} (-x^2) = 0$ 且 $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$
 根據函數的夾擠定理， $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{\sqrt{-x^2(x^2 - 9)}} = 0$

※第(1)題中，共 7 分，定義域沒有以集合或區間記號表示者，扣 2 分
 ※第(2)題中，共 7 分，只有求出正確極限值而沒有過程者，給 2 分

四、多選題（占 16 分）

所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；
 答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

12. (1)(2)(3)(5)	13. (2)(4)
---------------------	---------------

試題更正 13. 已知正四面體 $ABCD$ 的中心點為 G ， \overline{CD} 的中點為 M 。試問下列哪些選項是正確的？

- (1) $\sin \angle ABC = \frac{1}{2}$ (2) $\sin \angle BMD = 1$ (3) $\sin \angle AMB = \frac{1}{3}$ (4) $\sin \angle MAB = \sqrt{\frac{2}{3}}$ (5) $\sin \angle AGB = \frac{1}{3}$