

# 生活中的數學



## 對數知多少？

在高中數學第二冊中我們認識了對數，知道它可應用於求極大數或極小數，因此能解決如複利及生物成長數目的問題，但你可知它在我們的生活還有更多攸關生命安全的重要指標用途。

### ◎ 地震規模與地震能量

2004年12月26日上午台灣時間9點鐘左右，在印尼西部蘇門答臘島西岸外海發生本世紀最大的地震，地震強度高達芮氏規模9.0，相當於一萬六千顆原子彈的威力。隨後在印尼及鄰近斯里蘭卡、印度、馬來西亞、泰國、孟加拉等十二國引發海嘯，宛如電影世界末日、慧星撞地球的場景，目前已造成至少十五萬多人喪生、數百萬人無家可歸。



相較於芮氏規模7.3的921集集大地震，南亞災民所經歷的天搖地動感覺和驚惶，絕對超乎我們所能想像，這可從地震強度的測量數據獲得解釋。

地震大小通常有兩種含意，一為地震本身的大小，稱為地震規模（earthquake magnitude）。另一為地震動的大小或震度（intensity of earthquake motion）。地震本身的大小，利用地震規模來描述；而地震動之強弱是以震度階級（簡稱為震度 intensity scale）表示。通常地震規模愈大，則在同一震央距離的地方其震度愈大。地震的發生是屬於一種能量的釋放，故其規模只有一個，然由於此一能量的釋放係以波的形式向四方傳播，在整個過程中其能量會因摩擦、傳播距離等而衰減，因此在地震所影響的範圍內各處所感受到的振動強度不同，也就是說一個地震可以造成許多不同的震度。

常見之地震規模有好幾種，但均以對數函數來定義，例如這裡提到的芮氏地震規模( $M_L$ )公式為：

$$M_L = \log(A) + 2.56 \log(\Delta) - 5.12$$

其中 $M_L$ 為芮氏（近震）地震規模、 $A$ 為地震記錄最大振幅（以微米( $\mu\text{m}$ )為單位）、 $\Delta$ 為震央距（即震央與測站之距離）



規模 8.5-9.0 地震為最大級之地震；規模 7.0-8.4 的地震若發生在陸地上會造成大災害，如發生在海底會造成海嘯；規模在 5.0-6.9 的地震在震央附近會造成災害；規模 3.0-4.9 的地震通常不會造成災害，但人體可以感受的到；規模在 2.9 以下的地震人體不能感受到。

地震所釋放的能量與震波之振幅有關，而地震之規模與地震記錄之振幅成對數關係，所以地震所釋放的能量與地震規模也應為對數關係。根據 1966 年 Bath 所建議的經驗公式，能量與規模的關係式為：

$$\log E = 5.24 + 1.44M$$

由此可知，南亞大地震所釋放的能量約為台灣的 921 地震的 281 倍大。

$$\frac{10^{5.24+1.44 \times 9.0}}{10^{5.24+1.44 \times 7.3}} = 10^{2.44 \times 1.7} = 10^{2.448} \approx 281$$

### ◎ PH 值

血液的 PH 值約為 7.4，若高於 7.5 或低於 7.3，就會有昏迷，甚至死亡的危險，其中 PH 值是化學上用以表示液體的酸鹼濃度參考值，公式為：

$$\text{PH 值} = -\log_{10} [H^+], \text{ 其中 } [H^+] \text{ 表液體的氫離子濃度}$$

例如純水中的氫離子濃度  $[H^+] = 1 \times 10^{-7} \text{ mol} / \text{dm}^3$ ，所以其 PH 值  $= -\log_{10} 1 \times 10^{-7} = 7$ ，與純水相較，越高的 PH 值會有越強的鹼度，反之則酸度越強。為維持身體酸鹼值的正常，我們對於日常生活中所引用的食物、水，以及接觸的清潔用品等的 PH 值都應當有所留意。

### ◎ 噪音分貝量

噪音是造成內耳傷害最常見的原因，長期暴露在 90-95 分貝以上的音量下，就會損及內耳，降低聽力。其中分貝表示聲音的強度或響度，也就是音量。定義如下：

$$\text{分貝 (dB)} = 10 \log (P/P_0)$$

其中 P 是實際音壓大小(單位  $\text{N/m}^2$ )， $P_0$  為國際公認之參考音壓 ( $P_0 = 2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ )。零分貝的設定，是根據聽力正常的年輕人所能聽到的最小聲音 ( $P_0$ ) 所得到的。從分貝定義可知每增加 10 分貝等於強度增加 10 倍，增加 20 分貝增加 100 倍，30 分貝則增加 1000 倍。



※除了以上所提，你還知道生活中還有那些對數的應用呢？