

由年月日決定星期幾



【源起】

當你在電腦、錄放影機、行動電話或電算器等電子產品上設定時間與日期時，可曾注意到一個現象，那是：你不必設定星期，只要將年、月、日設定完畢，星期隨即出現。這個現象的原因很簡單，因為年、月、日可以決定星期，借用數學術語來說明，就是：星期是年、月、日的函數。這個可以由年、月、日直接算出星期的函數長什麼樣呢？



【符號定義】

首先，將日曆上的西元 1600 年 3 月 1 日後的每一天都表示成西元 $(100a+b)$ 年 m 月 d 日，其中 a 、 b 、 m 、 d 的定義如下：

(1) d 就是日曆上的“日”數；

(2) m 有特殊的規定：

月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月	1月	2月
m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

(3) a 、 b 的定義：

計算的是 1 月或 2 月，則 $100a+b = \text{西元年數} - 1$ ，

計算的是 3 月至 12 月，則 $100a+b = \text{西元年數}$ 。

【例如】：

(1) 要計算西元 2000 年 1 月 1 日是星期幾時，則 $a=19, b=99, m=11, d=1$ 。

(2) 要計算西元 2000 年 9 月 28 日是星期幾時，則 $a=20, b=0, m=7, d=28$ 。

(3) 要計算西元 2004 年 11 月 3 日是星期幾時，則 $a=20, b=0, m=9, d=3$ 。

【公式】

要計算西元 $(100a+b)$ 年 m 月 d 日是星期幾時，只要將下面的整數除以 7：

$$d + [2.6m - 0.2] - 2a + b + \left[\frac{a}{4} \right] + \left[\frac{b}{4} \right]$$

若除得的餘數為 0，則那一天是星期日；若除得的餘數為 1，則那一天是星期一；

餘類推。在上面的式子中， $[x] = x$ 的高斯符號，它表示小於或等於 x 的最大整數。

例如： $[3] = 3$ ， $[2.4] = 2$ 。

【實例說明】

(1) 在民國 89 年 10 月 10 日時，即 2000 年 10 月 10 日，則 $a=20, b=0, m=8,$

$$d=10,$$

$$d + [2.6m - 0.2] - 2a + b + \left[\frac{a}{4} \right] + \left[\frac{b}{4} \right] = 10 + 20 - 40 + 0 + 5 + 0 = -5 = 2 \pmod{7}$$

所以民國 89 年 10 月 10 日是星期二。

(2) 在西元 2000 年 1 月 1 日時，則 $a=19, b=99, m=11, d=1,$

$$d + [2.6m - 0.2] - 2a + b + \left[\frac{a}{4} \right] + \left[\frac{b}{4} \right] = 1 + 28 - 38 + 99 + 4 + 24 = 118 = 6 \pmod{7}$$

所以西元 2000 年 1 月 1 日是星期六。

(3) 在民國 93 年 11 月 3 日時，即 2004 年 11 月 3 日，則 $a=20, b=4, m=9, d=3,$

$$d + [2.6m - 0.2] - 2a + b + \left[\frac{a}{4} \right] + \left[\frac{b}{4} \right] = 3 + 23 - 40 + 4 + 5 + 1 = -4 = 3 \pmod{7}$$

所以民國 93 年 11 月 3 日時是星期三。

【參考資料】

這個公式導出過程比較繁複，有興趣的讀者請參閱趙文敏教授所提供的

"星期的換算"。