

93年大學學科能力測驗考試 數學試題分析

一、題型與試題分佈：

冊	單元名稱	題數	冊	單元名稱	題數
第一冊	Chap1 基礎概念	1	第二冊	Chap1 指數與對數	3
	Chap2 數與坐標系	1		Chap2 三角函數(1)	0
	Chap3 數列與級數	1		Chap3 三角函數的性質與應用	2
	Chap4 多項式	1			
第三冊	Chap1 平面向量	2	第四冊	Chap1 圓錐曲線	2
	Chap2 空間中的直線與平面	3		Chap2 排列組合	0
	Chap3 一次方程組	0		Chap3 機率與統計(1)	3
	Chap4 圓與球面	1			

其中單選題6題，多重選擇題5題，選填題9題，共計20題，每題皆為5分。題目所屬的章節、冊數分配比例平均。

二、試題內容：

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

說明：第1至6題，每題答對得5分，答錯不倒扣。

命題出處：第一冊 Chap3 數列與級數

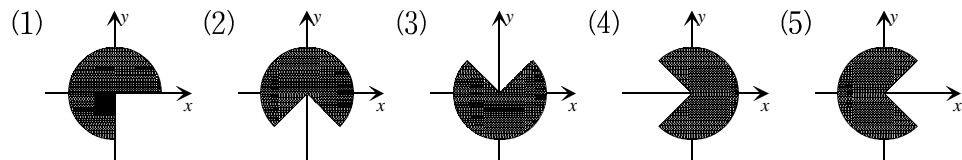
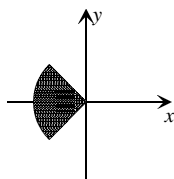
1. 已知一等差數列共有十項，且知其奇數項之和為15，偶數項之和為30，則下列哪一選項為此數列之公差？(1)1 (2)2 (3)3 (4)4 (5)5。 [答]：(3)。

命題出處：第二冊 Chap1 指數與對數

2. 下列選項中的數，何者最大？[其中 $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1$]
(1) 100^{10} (2) 10^{100} (3) 50^{50} (4) $50!$ (5) $\frac{100!}{50!}$ 。 [答]：(2)。

命題出處：第二冊 Chap3 三角函數的性質與應用

3. 右圖陰影部份所示為複數平面上區域 $A = \{z | z = r(\cos\theta + i\sin\theta), 0 \leq r \leq 1, \frac{3\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{4}\}$ 之略圖。令 $D = \{w | w = z^3, z \in A\}$ ，試問下列選項中之略圖，何者之陰影部份與區域 D 最接近？ [答]：(5)。



命題出處：第三冊 Chap2 空間中的平面與直線

4. 在坐標空間中給定兩點 $A(1, 2, 3)$ 與 $B(7, 6, 5)$ 。令 S 為 xy 平面上所有使得向量 \vec{PA} 垂直於向量 \vec{PB} 的 P 點所成的集合，則 (1) S 為空集合 (2) S 恰含一點 (3) S 恰含兩點 (4) S 為一線段 (5) S 為一圓。 [答]：(1)。

命題出處：第三冊 Chap1 平面向量

5. 設 $\triangle ABC$ 為平面上的一個三角形， P 為平面上一點且 $\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB} + t\vec{AC}$ ，其中 t 為一實數。試問下列哪一選項為 t 的最大範圍，使得 P 落在 $\triangle ABC$ 的內部？(1) $0 < t < \frac{1}{4}$ (2) $0 < t < \frac{1}{3}$ (3) $0 < t < \frac{1}{2}$ (4) $0 < t < \frac{2}{3}$ (5) $0 < t < \frac{3}{4}$ 。 [答]：(4)。

命題出處：第二冊 Chap1 指數與對數

6. 台灣證券交易市場規定股票成交價格只能在前一個交易日的收盤價(即最後一筆的成交價)的漲、跌7%範圍內變動。例如：某支股票前一個交易日的收盤價是每股100元，則今天該支股票每股的買賣價格必須在93元至107元之間。假設有某支股票的價格起伏很大，某一天的收盤價是每股40元，次日起連續五個交易日以跌停板收盤(也就是每天跌7%)，緊接著卻連續五個交易日以漲停板收盤(也就是每天漲7%)。請問經過這十個交易日後，該支股票每股的收盤價最接近下列哪一個選項中的價格？(1)39元 (2)39.5元 (3)40元 (4)40.5元 (5)41元。 [答]：(1)。

貳、多重選擇題

說明：第7至11題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項。每題答對得5分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲2.5分，錯兩個或兩個以上不給分。

命題出處：第一冊 Chap1 基礎觀念

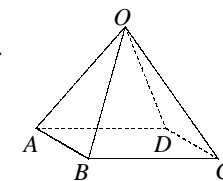
7. 中山高速公路重慶北路交流道南下入口匝道分成內、外兩線車道，路旁立有標誌「外側車道 大客車專用」。請選出不違反此規定的選項：(1)小型車行駛內側車道 (2)小型車行駛外側車道 (3)大客車行駛內側車道 (4)大客車行駛外側車道 (5)大貨車行駛外側車道。 [答]：(1)(3)(4)。

命題出處：第四冊 Chap1 圓錐曲線

8. 在坐標平面上，下列哪些方程式的圖形可以放進一個夠大的圓裡面？(1) $3x = 2y^2$ (2) $3x^2 + 2y^2 = 1$ (3) $3x^2 - 2y^2 = 1$ (4) $|x+y|=1$ (5) $|x|+|y|=1$ 。 [答]：(2)(5)。

命題出處：第三冊 Chap2 空間中的平面與直線

9. 如右圖 $O-ABCD$ 為一金字塔，底是邊長為1之正方形，頂點 O 與 A 、 B 、 C 、 D 之距離均為2。試問下列哪些式子是正確的？(1) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ (2) $\vec{OA} + \vec{OB} - \vec{OC} - \vec{OD} = \vec{0}$ (3) $\vec{OA} - \vec{OB} + \vec{OC} - \vec{OD} = \vec{0}$ (4) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OC} \cdot \vec{OD}$ (5) $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = 2$ 。 [答]：(3)(4)。



命題出處:第四冊 Chap3 機率與統計(1)

10. 從 1, 2, ..., 10 這十個數中隨意取兩個, 以 p 表示其和為偶數之機率, q 表示其和為奇數之機率。試問下列哪些敘述是正確的? (1) $p+q=1$ (2) $p=q$ (3) $|p-q| \leq \frac{1}{10}$ (4) $|p-q| \geq \frac{1}{20}$ (5) $p \geq \frac{1}{2}$ 。 [答]: (1)(4)。

命題出處:第一冊 Chap4 多項式

11. 設 $f(x)$ 為三次實係數多項式, 且知複數 $1+i$ 為 $f(x)=0$ 之一解。試問下列哪些敘述是正確的? (1) $f(1-i)=0$ (2) $f(2+i) \neq 0$ (3) 沒有實數 x 滿足 $f(x)=x$ (4) 沒有實數 x 滿足 $f(x^3)=0$ (5) 若 $f(0) > 0$ 且 $f(2) < 0$, 則 $f(4) < 0$ 。 [答]: (1)(2)(5)。

第二部分: 選填題

說明: 每題完全答對給 5 分, 答錯不倒扣, 未完全答對不給分。

命題出處:第四冊 Chap3 機率與統計(1)

- A. 某數學老師計算學期成績的公式如下: 五次平時考中取較好的三次之平均值佔 30%, 兩次期中考各佔 20%, 期末考佔 30%。某生平時考成績分別為 68、82、70、73、85, 期中考成績分別為 86、79, 期末考成績為 90, 則該生學期成績為_____。(計算到整數為止, 小數點以後四捨五入) [答]: 84。

命題出處:第四冊 Chap3 機率與統計(1)

- B. 某電視台舉辦抽獎遊戲, 現場準備的抽獎箱裡放置了四個分別標有 1000、800、600、0 元獎額的球。參加者自行從抽獎箱裡摸取一球 (取後即放回), 主辦單位即贈送與此球上數字等額的獎金, 並規定抽取到 0 元的人可以再摸一次, 但是所得獎金折半 (若再摸到 0 就沒有第三次機會); 則一個參加者可得獎金的期望值是_____元。(計算到整數為止, 小數點以後四捨五入) [答]: 675。

命題出處:第二冊 Chap1 指數與對數

- C. 設 a, b, c 為正整數, 若 $a \log_{520} 2 + b \log_{520} 5 + c \log_{520} 13 = 3$, 則 $a+b+c =$ _____。 [答]: 15。

命題出處:第三冊 Chap1 平面向量

- D. 設 $\triangle ABC$ 為一等腰直角三角形, $\angle BAC = 90^\circ$ 。若 P, Q 為斜邊 \overline{BC} 的三等分點, 則 $\tan \angle PAQ =$ _____。(化成最簡分數) [答]: $\frac{3}{4}$ 。

命題出處:第一冊 Chap2 數與坐標系

- E. 某高中招收高一新生共有男生 1008 人、女生 924 人報到。學校想將他們依男女合班的原則平均分班, 且要求各班有同樣多的男生, 也有同樣多的女生; 考量教學效益, 並限制各班總人數在 40 與 50 人之間, 則共分成_____班。 [答]: 42。

命題出處:第三冊 Chap2 空間中的平面與直線

- F. 在坐標空間中, 平面 $x-2y+z=0$ 上有一以點 $P(1, 1, 1)$ 為圓心的圓 Γ , 而 $Q(-9, 9, 27)$ 為圓 Γ 上一點。若過 Q 與圓 Γ 相切的直線之一方向向量為 $(a, b, 1)$, 則 $a =$ _____, $b =$ _____。 [答]: 5, 3。

命題出處:第二冊 Chap3 三角函數的性質與應用

- G. 設 $270^\circ < A < 360^\circ$ 且 $\sqrt{3} \sin A + \cos A = 2 \sin 2004^\circ$ 。若 $A = m^\circ$, 則 $m =$ _____。 [答]: 306。

命題出處:第三冊 Chap4 圓與球面

- H. 坐標平面上的圓 $C: (x-7)^2 + (y-8)^2 = 9$ 上有_____個點與原點的距離正好是整數值。 [答]: 12。

命題出處:第四冊 Chap1 圓錐曲線

- I. 在坐標平面上, 設直線 $L: y=x+2$ 與拋物線 $\Gamma: x^2=4y$ 相交於 P, Q 兩點。若 F 表拋物線 Γ 的焦點, 則 $\overline{PF} + \overline{QF} =$ _____。 [答]: 10。

三、命題的趨勢與結論:

今年試題偏向靈活、多變化, 頗符合大考中心所強調的生活化。所測均為高中教材重要概念, 著重評量考生對基本概念的了解, 沒有冷僻艱澀的題目, 雖多數題目只用到一或兩個主要概念, 但難度較去年提昇許多, 程度中等者要考高分並不容易。

建議往後考生準備的方向:

- (1) 不放棄任一冊: 往年命題比重較大的第一、二冊, 此次比例平均, 反而較冷門的「邏輯」亦出現, 故不可輕忽任一章節。
- (2) 加強圖表題: 三角函數值表、三角函數圖形、對數表、指對數圖形與統計中的圖表 (直方圖、折線圖、散佈圖) 皆為近年大考常考題型, 此次學測就有題目測驗考生是否會查閱對數表。
- (3) 加強閱讀能力: 近年大考常出現十分冗長的試題 (長文題、情境題), 實際上題目要表達的意思只有幾句話, 若同學沒有耐心閱讀, 或掌握不到長文題的重點, 會十分的吃虧。
- (4) 隨時掌握命題動態: 多練習歷屆考古題與各類模擬試題, 了解命題的趨勢, 並增加自身的解題經驗與解題速度。考生最好時常造訪大學入學考試中心的網站 (www.ceec.edu.tw) 注意考試訊息與下載練習題本。